

MODELAGEM ESTOCÁSTICA DE VAZÕES DIÁRIAS

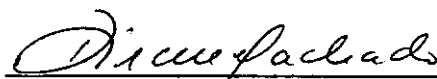
Paulo Renato Diniz Junqueira Barbosa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por



Jerson Kelman
(Presidente)



Dirceu Machado Olive



Francisco Luiz Sibut Gomide

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 1981

BARBOSA, PAULO RENATO DINIZ JUNQUEIRA

Modelagem Estocástica de Vazões Diárias |Rio de Janeiro| ,
1981.

IX , 212 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M. Sc., Engenharia Ci-
vil, 1981).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro. COPPE

1. Modelagem	I. COPPE/UFRJ	II. Título (Série)
--------------	---------------	--------------------

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Jerson Kelman pela eficiente orientação deste trabalho e ao pessoal docente e administrativo do Núcleo de Computação Eletrônica, pelas sugestões e apoio.

Ao pessoal docente e administrativo do Departamento de Mecânica Técnica da Escola de Engenharia da UFRJ, pelo estímulo e colaboração.

AO CEPEL-ELETROBRÁS na pessoa do Engenheiro Jorge Damázio pelo auxílio no manuseio das séries de vazões diárias obtidas com o modelo KELMAN.

RESUMO

Descreve-se sucintamente um conjunto de modelos estocásticos mencionados na literatura para a produção de séries sintéticas de vazões diárias. Um sub-conjunto de quatro modelos foi escolhido para análise mais detalhada, quando implantou-se algumas modificações em relação às suas formulações originais.

Estes quatro modelos foram utilizados para gerar séries sintéticas em dois postos fluviométricos: São José da Barra, no Rio Grande/MG e União da Vitória, no Rio Iguaçu/PR.

Desenvolveu-se uma metodologia para classificar os modelos. Adotou-se o critério de atribuir maior grau aos modelos mais capazes de produzir séries sintéticas que exibam propriedades estatísticas análogas às aquelas observadas na série histórica. Estas propriedades foram selecionadas com vistas ao eventual emprego destes modelos em estudos de controle de cheias.

ABSTRACT

This work describes briefly a set of stochastic models mentioned in the literature for the production of synthetic daily flows. A sub-set of four models was chosen for a more detailed analysis when some modifications were made in relation to the original formulations.

These four models were used to generate synthetic series in two stream gauges: at São José da Barra in the Grande River/MG and União da Vitória in the Iguaçu River/PR.

A methodology was developed to classify the models. It was adopted a criterion that attribute a greater value to the models more capable of producing synthetic series, which show estatistics properties analogues to those observed in the historical serie. These properties were selected foreseeing the eventual use of the models in flood control studies.

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u>	1
1.1 - Da Necessidade de Séries Sintéticas.....	1
1.2 - Objetivo da Tese.....	2
<u>CAPÍTULO II - DESCRIÇÃO DE MODELOS NÃO APLICADOS</u>	4
2.1 - O Modelo Thomas-Fiering.....	4
2.2 - O Modelo Beard.....	6
2.3 - O Modelo Quimpo.....	9
2.4 - O Modelo Weiss.....	15
<u>CAPÍTULO III - DESCRIÇÃO DOS MODELOS APLICADOS</u>	19
3.1 - Modelo Estocástico para Simulação de Vazões Diárias	19
3.1.1 - Introdução.....	19
3.1.2 - Manipulação da Série Histórica de Vazões Diárias.	21
3.1.3 - O Modelo para Simulação de Pulsos.....	23
3.1.4 - Obtenção dos Parâmetros do Modelo.....	25
3.1.5 - Geração de Vazões Sintéticas.....	33
3.2 - Aplicação do Modelo Estocástico para Simulação de Vazões Diárias.....	36
3.3 - Modelo Não-Paramétrico Sazonal para Simulação de Vazões Diárias.....	49

	<u>Pág.</u>
3.3.1 - Introdução.....	49
3.3.2 - Manipulação da Série Histórica de Vazões Diárias.	51
3.3.3 - Geração de Vazões Sintéticas.....	56
3.4 - Aplicação do Modelo Não-Paramétrico Sazonal para Si mulação de Vazões Diárias.....	60
3.5 - Modelo Auto-Regressivo Não Linear para Simulação de Vazões Diárias.....	75
3.5.1 - Introdução.....	75
3.5.2 - Manipulação da Série Histórica de Vazões Diárias.	78
3.5.3 - Geração de Vazões Sintéticas.....	79
3.6 - Aplicação do Modelo Auto-Regressivo Não Linear para Simulação de Vazões Diárias.....	80
3.7 - Modelo Dual para Simulação de Vazões Diárias.....	88
3.7.1 - Conceituação.....	88
 <u>CAPÍTULO IV - A METODOLOGIA DE TESTES.....</u>	 94
4.1 - Critérios para Avaliação de Modelos.....	94
4.1.1 - O Que Testar.....	94
4.1.2 - Descrição do Teste de Igualdade de Duas Distribui ções Multinomiais.....	97
4.1.3 - Descrição do Teste de Smirnov para Duas Amostras.	98
4.2 - Teste de Avaliação Global Desenvolvido por O'Connell, P.	100
4.3 - Avaliação Segundo a Probabilidade de um Modelo Re- presentar a Série Histórica.....	105

	<u>Pág.</u>
4.4 - Aplicação dos Testes e Discussão dos Resultados....	107
4.4.1 - Momentos.....	108
4.4.2 - Gráficos Comparativos.....	114
4.4.3 - Comparação de Variáveis Aleatórias.....	146
4.4.4 - Comparação de Funções de Distribuição.....	166
4.4.5 - Critério Multivariado de Avaliação Global.....	186
4.4.6 - Cálculo das Médias de Probabilidades e Estudo da Similaridade dos Resultados.....	187
<u>CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</u>	204
<u>BIBLIOGRAFIA.....</u>	207

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - DA NECESSIDADE DE SÉRIES SINTÉTICAS

A técnica de simulação procura reproduzir o comportamento de um sistema hídrico em todos os seus aspectos importantes. Esta técnica necessita empregar, usualmente, uma série de vazões de grande comprimento para poder estimar com maior confiança as características do sistema que se tenha interesse. Como os registros históricos são quase sempre menores do que 50 anos, recorre-se à utilização de vazões sintéticas.

Estas séries geradas não criam informação alguma que não esteja contida na série histórica. Por outro lado, tornam possível o emprego desta informação de uma maneira mais sistemática e eficiente.

A simulação é usada, por exemplo, para definir: regras de operação de reservatórios, alternativas para a expansão de um sistema de reservatórios, nível de regularização, relação benefício-custo de um sistema hídrico etc.

Séries de vazões com intervalos de discretização do tempo anuais ou mensais são em geral suficientes para atender à estudos de capacidade, abastecimento, ou qualquer projeto de grande escala. Mas, para alguns casos, o pequeno intervalo

de discretização é uma exigência fundamental. Em 1968, BEARD, estabeleceu que "embora as flutuações do fluxo dentro de um mês geralmente tenham influência menor sobre o armazenamento requerido no reservatório para propósitos de conservação, tais flutuações são ordinariamente cruciais na determinação do espaço requerido no reservatório para controle de cheias".

Um exemplo dessa necessidade, é o algoritmo desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL (20) que fornece um limite inferior para a vazão diária, função do nível de armazenamento do reservatório, que garante um risco pequeno para a ocorrência de danos a jusante.

1.2 - OBJETIVO DA TESE

Este trabalho tem como objetivo a adaptação e aplicação de alguns modelos estocásticos univariados de geração de vazões diárias e o desenvolvimento de uma metodologia para testá-los. As adaptações em relação aos originais dos modelos, serão assinaladas com o símbolo &.

Os testes e critérios utilizados na avaliação do desempenho desses modelos de geração foram aplicados às séries sintéticas obtidas sobre o registro de vazões diárias do Rio Grande no posto de São José da Barra/MG. Foram também testadas as séries sintéticas obtidas para o Rio Iguaçu no posto de União da Vitória/PR.

19) Rio Grande, Posto de São José da Barra/MG

Código: DNAEE - 61657000

Ordem: 2

Latitude: $20^{\circ}42'$ Longitude: $46^{\circ}08'$ Área de Drenagem: 50096 Km²

Período: 01/Jan./1931 até 31/Dez./1964, perfazendo um total de 12410 dias.

(O posto foi inundado quando entrou em funcionamento a usina hidrelétrica de Furnas).

20) Rio Iguaçu, Posto de União da Vitória/PR

Código: DNAEE - 65310000

Ordem: 2

Latitude: $26^{\circ}14'$ Longitude: $51^{\circ}04'$ Área de Drenagem: 24211 Km²

Período: 01/Jan./1931 até 31/Dez./1961, perfazendo um total de 11315 dias.

Em resumo:

- Objetivos:
- I. Adaptação e aplicação de modelos estocásticos para a geração de séries de vazões diárias sintéticas.
 - II. Geração de séries para bacias com diferentes características hidrológicas.
 - III. Desenvolvimento de metodologia para avaliação do desempenho desses modelos, focalizando, principalmente, as vazões extremas máximas.

CAPÍTULO II

DESCRIÇÃO DE MODELOS NÃO APLICADOS

Neste capítulo descreve-se sucintamente um conjunto de modelos estocásticos mencionados na literatura. Os modelos que foram objeto de análises e testes, serão detalhadamente descritos no capítulo III

2.1 - O MODELO THOMAS-FIERING

Uma das principais tentativas para a geração de seqüências sintéticas, não necessariamente diárias, foi apresentada por THOMAS e FIERING (1962) e é o processo markoviano de primeira ordem, que é definido como:

$$\left[\frac{X_{i+1} - \mu_X}{\sigma_X} \right] = \rho_X(1) \left[\frac{X_i - \mu_X}{\sigma_X} \right] + \left[1 - \rho_X^2(1) \right]^{1/2} \cdot \epsilon_{i+1} \quad (2.1)$$

onde:

X_i e X_{i+1} - eventos nos instantes i e $i+1$ respectivamente;

μ_X - média de X ;

σ_X - desvio padrão de X ;

$\rho_X(1)$ - coeficiente de autocorrelação da série;

ϵ_{i+1} - componente aleatória que tem média zero, variância um e é independente de X_i .

Os valores μ_x , σ_x e $\rho_x(1)$ são desconhecidos, mas eles podem ser estimados a partir dos registros históricos. Com os valores estimados para esses parâmetros, pode-se gerar eventos sintéticos que se assemelham aos eventos históricos em termos dos parâmetros estimados.

A técnica de geração utilizada, é basicamente a seguinte:

- com um valor inicializante (histórico ou arbitrado) representado por X_i , e um valor de ϵ_{i+1} retirado de uma população aleatória com média zero e variância um, entra-se na equação do modelo e obtêm-se X_{i+1} , o primeiro evento sintético. Esse evento sintético assume agora o papel de X_i , e com a seleção aleatória de um novo valor de ϵ_{i+1} , a equação do modelo fornece um novo valor de X_{i+1} , o segundo evento sintético. Esse procedimento é repetido N vezes para obter-se uma sequência sintética de N eventos.

Quando N tende para o infinito, os valores dos parâmetros $\tilde{\mu}_x$, $\tilde{\sigma}_x$ e $\tilde{\rho}_x(1)$ estimados, a partir dos valores gerados, tendem a se aproximar dos valores $\hat{\mu}_x$, $\hat{\sigma}_x$ e $\hat{\rho}_x(1)$ estimados a partir dos registros históricos.

Se for desejada a semelhança entre os eventos histórico e gerado, não apenas em relação à média, desvio padrão e coeficiente de autocorrelação, mas também com relação à assimetria, então a equação (2.1) deve ser modificada substi-

tuindo-se a componente aleatória ε_{i+1} por ξ_{i+1} , a qual é definida como:

$$\xi_{i+1} = \frac{2}{\gamma_{\xi}} \left(1 + \frac{\gamma_{\xi} \eta_{i+1}}{6} - \frac{\gamma_{\xi}^2}{36} \right)^3 - \frac{2}{\gamma_{\xi}} \quad (2.2)$$

onde a assimetria de ξ , simbolizada por γ_{ξ} , é relacionada à estimativa da assimetria de X , simbolizada por $\tilde{\gamma}_X$, através da equação:

$$\gamma_{\xi} = \frac{[1 - \tilde{\rho}_X^3(1)]}{[1 - \tilde{\rho}_X^2(1)]^{3/2}} \cdot \tilde{\gamma}_X \quad (2.3)$$

Se η_{i+1} é assumido como normalmente distribuído com média zero e variância um, então ξ_{i+1} tem distribuição aproximadamente gama, com média zero, variância um e assimetria γ_{ξ} .

2.2 - O MODELO BEARD

BEARD (1968) pressionado pela necessidade de dados de vazões diárias para estudos de controle de cheia, apresentou um modelo para a geração de vazões mensais, com a subsequente alocação do total mensal para cada dia. Assim, as vazões diárias somente seriam geradas para aqueles meses em que a flutuação das vazões dentro de um mês fosse importante, o que reduzia em muito o trabalho a ser realizado. Apresenta-se a seguir um sumário de procedimento para o modelo.

19 PASSO:

- Calcular para cada um dos meses de interesse do registro histórico:
 - a) média, desvio padrão, coeficientes de assimetria e autocorrelação ("lag" um e "lag" dois) da série de logaritmo das vazões diárias.
 - b) a vazão diária padronizada, subtraindo-se o logaritmo médio do logaritmo da vazão e dividindo-se pelo desvio padrão da série de logaritmos.
 - c) o coeficiente de regressão linear do desvio padrão dos logaritmos de vazão diária dentro de cada mês para o logaritmo da vazão total para o mês.

20 PASSO:

- A seguir, com a vazão mensal gerada para cada mês de interesse, procede-se da seguinte maneira:
 - a) gera-se para cada dia variáveis padronizadas conforme o coeficiente de correlação serial observado nos dados de registros para aquele mês, usando-se a seguinte equação:

$$u_{i+2} = b_1 u_{i+1} + b_2 u_i + (1 - \bar{R}^2) x_k \quad (2.4)$$

u_i, u_{i+1}, u_{i+2} - variáveis padronizadas para dias sucessivos;

x_k - variável aleatória padronizada;

b_1, b_2 - coeficientes de regressão, derivados dos coeficientes de correlação;

R^2 - é o coeficiente de determinação para a equação de regressão.

- b) obtêm-se o logaritmo da vazão média mensal como uma primeira estimativa do logaritmo médio das vazões diárias a serem geradas.
- c) computa-se o desvio padrão do logaritmo das vazões usando-se a equação de regressão derivada para o mês.
- d) obtêm-se a série de logaritmos das vazões diárias geradas multiplicando-se a variável padronizada pelo desvio padrão dos logaritmos desse mês e somando-se com o logaritmo da vazão média.
- e) calcula-se os antilogaritmos da série logarítmica gerada e tem-se, então, uma série de vazões diárias sintéticas.
- f) adiciona-se a diferença entre o logaritmo da vazão total mensal dada e o logaritmo da vazão total mensal gerada ao

logaritmo da vazão total mensal dada, e repete-se os passos a, c e d (segundo passo).

- g) multiplica-se cada vazão transformada do segundo passo pela razão da vazão total mensal dada pela vazão total mensal gerada.

O modelo de simulação para a geração de vazões diárias, descrito acima, consiste de uma geração de 2 - passos pelo uso de uma cadeia de Markov de 2.^a ordem aplicada a variáveis padronizadas.

2.3 - O MODELO QUIMPO

QUIMPO (1967) sugeriu que a série de vazões diárias é composta de uma componente de tendência, uma componente periódica e uma componente estocástica.

$$X_t = R_t + S_t + \epsilon_t \quad (2.5)$$

onde:

R_t = componente devido a uma tendência secular;

S_t = componente cíclico ou periódico;

ϵ_t = componente estocástico.

Supõe-se usualmente que não haja tendência secular, pois se houver há métodos de detetá-la e isolá-la, subtraindo-a da série temporal.

A equação (2.5) pode então ser escrita como:

$$X_t = S_t + \epsilon_t \quad (2.6)$$

a) 0 componente periódico

Seja P_t uma função periódica de período p , isto é, que satisfaça a relação:

$$P_t - P_{t-p} = 0 ; \forall t \quad (2.7)$$

A solução da equação (2.7) pode ser escrita como:

$$P_t = \bar{P} + \sum_k I_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{L} + \phi_k\right)$$

daí

$$P_t = \bar{P} + \sum_k \left(A_k \cos \frac{2\pi kt}{L} + B_k \sin \frac{2\pi kT}{L} \right) \quad (2.8)$$

onde:

L - é o número de dias do período p ;

k - varia de 1 até $\frac{L}{2}$ ou $\frac{L-1}{2}$

$$I_k^2 = A_k^2 + B_k^2 ; A_k, B_k, I_k > 0$$

$$\phi_k = \arctan\left(\frac{-B_k}{A_k}\right); -\frac{\pi}{2} \leq \phi_k \leq \frac{\pi}{2}$$

Baseados na equação (2.8) pode-se aproximar a função P_t por uma função composta de uma superposição de harmônicos, cada qual tendo uma amplitude I_k^2 , uma fase ϕ_k e uma frequência angular λ_k dada por

$$\lambda_k = \frac{2\pi k}{L} \quad (2.9)$$

Portanto, P_t pode ser aproximada por

$$P_t = \bar{P} + \sum_{k=1}^S I_k \cos(\lambda_k t + \phi_k)$$

ou

$$P_t = \bar{P} + \sum_{k=1}^S (A_k \cos \lambda_k t + B_k \sin \lambda_k t) \quad (2.10)$$

Tem-se agora que determinar as frequências λ_k para uma amostra de tamanho \underline{n} , as estimativas recomendadas são:

$$A_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n X_t \cos(\lambda_k t) \quad (2.11)$$

$$B_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n X_t \sin(\lambda_k t) \quad (2.12)$$

$$I_k^2 = A_k^2 + B_k^2 \quad (2.13)$$

O método clássico para a determinação das frequências λ_k , é a análise do periodograma, que consiste em se plotar I_k^2 contra λ_k . As ordenadas do periodograma medem a contribuição para a variância dos harmônicos correspondentes a cada frequência. Uma vez detetado o número de harmônicos influentes pode-se representar o componente S_t pela fórmula (2.10) onde os A_k e B_k são dados por (2.11) e (2.12), respectivamente.

b) O componente estocástico

Considere-se que os ciclos tenham sido detetados e subtraídos da equação (2.6) o resíduo:

$$\epsilon_t = X_t - S_t \quad (2.14)$$

pertence à classe dos processos não determinísticos, isto é, estocásticos, que incluem auto-regressivos, médias móveis ou outro esquema de regressão linear.

Nestes esquemas, considera-se que o valor de ϵ_t a cada tempo é o efeito combinado de uma seqüência primária de variáveis aleatórias identicamente distribuídas η_t , então ϵ_t pode ser representado pela equação:

$$\epsilon_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \eta_{t-i} \quad (2.15)$$

Um outro tipo de regressão linear que usa a mesma seqüência de variáveis η_t é da forma:

$$\eta_t = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \epsilon_{t-1} \quad (2.16)$$

nas quais $\underline{\alpha}$ e $\underline{\beta}$ são coeficientes constantes.

As equações (2.15) e (2.16) são respectivamente, o esquema das médias móveis e da auto-regressão linear.

Como o efeito dos valores passados sobre os valores atuais decresce com o tempo, pode-se pensar num limite superior para os somatórios considerados, resultando o modelo finito de Markov, ordem p .

$$\epsilon_t = a_1 \epsilon_{t-1} + a_2 \epsilon_{t-2} + \dots + a_p \epsilon_{t-p} + \eta_t \quad (2.17)$$

onde:

$$\alpha_0 = 1$$

$$a_i = -\alpha_i$$

η_t = variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas.

QUIMPO adotou o modelo Markoviano de segunda ordem ($p = 2$) o que reduziu a expressão (2.17) para:

$$\epsilon_t = a_1 \epsilon_{t-1} + a_2 \epsilon_{t-2} + \eta_t \quad (2.18)$$

onde:

$$a_1 = \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - r_1^2}$$

$$a_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

Em 1970, MACHADO, D. (22) utilizou esse modelo para simular razões sobre o registro diário do Rio Grande em São José da Barra e adotou um modelo Markoviano de 5.^a ordem para o esquema auto-regressivo. A estimação dos parâmetros α_i do modelo foi feita através do sistema de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{p-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \dots & r_{p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & r_{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_1 \\ -r_2 \\ -r_3 \\ \vdots \\ -r_p \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2.4 - O MODELO WEISS

WEISS, G. (1977) utilizou uma classe de modelos conhecidos como processos filtrados de Poisson, como possíveis modelos para vazões diárias. Um processo filtrado de Poisson é definido em tempo contínuo como:

$$X(t) = \sum_{m=N(-\infty)}^{m=N(+\infty)} w(t - \tau_m, y_m) \quad (2.20)$$

onde $N(t)$ é um processo de Poisson e a variável aleatória y_m associada com o instante aleatório τ_m produz um pulso na vazão dada por $w(t - \tau_m, y_m)$. Um dos processos de Poisson mais simples é obtido quando $w(t - \tau_m, y_m)$ é definido como:

$$w(t - \tau_m, y_m) = \begin{cases} y_m \cdot e^{-b(t - \tau_m)} & ; t \geq \tau_m \\ 0 & ; t < \tau_m \end{cases} \quad (2.21)$$

O processo resultante, \tilde{e} conhecido como o processo "shot-noise", que pode ser resumido através da seguinte série de passos:

- (i) Instantes aleatórios ..., τ_{m-1} , τ_m , τ_{m+1} ... são gerados considerando o fato de que, para um processo de Poisson de vazão ν , os tempos entre os eventos são exponencialmente distribuídos com média $(1/\nu)$.
- (ii) Associado com os instantes aleatórios ..., τ_{m-1} , τ_m , τ_{m+1} , ..., saltos aleatórios ..., y_{m-1} , y_m , y_{m+1} , ... são gerados a partir de uma distribuição exponencial com média θ .
- (iii) Associado com os instantes aleatórios ..., τ_{m-1} , τ_m , τ_{m+1} , ..., os saltos aleatórios ..., y_{m-1} , y_m , y_{m+1} , ... são considerados pulsos com valores ..., $y_{m-1} e^{-b(t-\tau_{m-1})}$, $y_m e^{-b(t-\tau_m)}$, $y_{m+1} e^{-b(t-\tau_{m+1})}$, ... no instante t depois do evento gerado.
- (iv) O processo temporal contínuo de "shot noise" é definido como a soma de todos os pulsos contribuintes no instante t .

$$X(t) = \sum_{\tau_m < t} y_m e^{-b(t-\tau_m)} \quad (2.22)$$

A distribuição marginal do processo $X(t)$ é gama, com a função de densidade:

$$f(x) = \frac{(1/\theta)^{v/b} x^{(v-b)/b} e^{-x/\theta}}{\Gamma(v/b)} \quad (2.23)$$

Da equação (2.22), pode ser mostrado que

$$X(t+s) = e^{-bs} X(t) + \varepsilon_s(t+s) \quad (2.24)$$

onde o termo $\varepsilon_s(t+s)$ é independente de $X(t)$. Portanto, o processo simples de "shot-noise" é um processo auto-regressivo de primeira ordem no tempo contínuo, onde o termo $\varepsilon_s(t+s)$ tem uma distribuição assimétrica com uma probabilidade positiva de ser exatamente igual zero, isto é, nenhum evento ocorre em $(t, t+s)$.

Valores registrados de vazões são geralmente definidos como valores médios sobre um intervalo de tempo, portanto para propósitos de aplicação o processo simples de shot-noise, deve ser definido como um processo médio sobre a unidade de tempo

$$x_t = \int_{t-1}^t X(s) ds \quad (2.25)$$

As propriedades de X_t foram estudadas por WEISS, que sugeriu que os parâmetros \underline{v} , $\underline{\theta}$ e \underline{b} podem ser definidos em termos de média, variância e coeficiente de auto-correlação de ordem 1 através das equações:

$$\mu = \frac{v\theta}{b}, \quad (2.26)$$

$$\sigma^2 = \frac{2v\theta^2}{b^3} [b - (1 - e^{-b})], \quad (2.27)$$

$$\rho_1 = \frac{(1 - e^{-b})^2}{2[b - (1 - e^{-b})]} \quad (2.28)$$

O processo simples de shot-noise, foi usado como base para um grande número de modelos de geração de vazões diárias.

CAPÍTULO III

DESCRIÇÃO DOS MODELOS APLICADOS

Serão apresentadas a seguir, as descrições detalhadas dos modelos de geração de vazões diárias que foram adotados neste trabalho. Os itens assinalados com o símbolo & foram modificados em relação ao modelo original apresentado.

3.1 - MODELO ESTOCÁSTICO PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

(Baseado em metodologia apresentada por Plate, E. e Treiber, B. (31)).

3.1.1 - Introdução

No modelo TREIBER/PLATE uma série sintética de vazões diárias pode ser obtida mediante a convolução de uma função do sistema ("kernel") com uma sequência gerada de dias com e sem pulsos. Com os pulsos sendo entendidos como precipitações diárias.

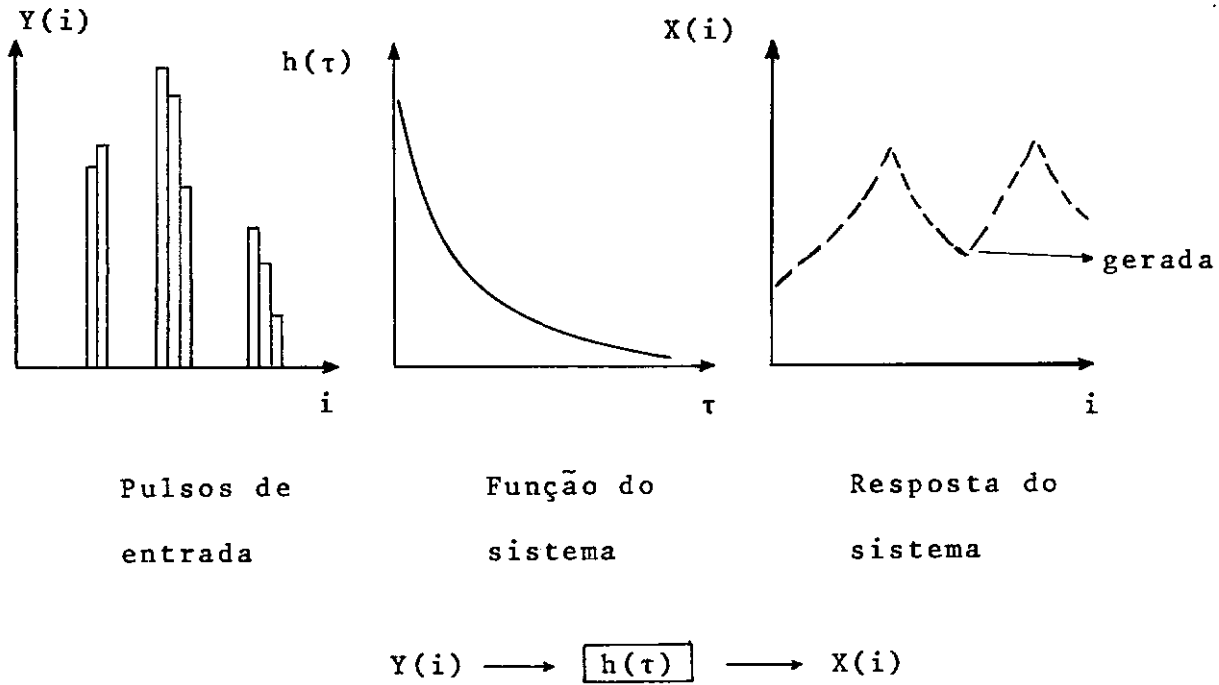


Figura 3.1 - A hidrôgrafa como resposta de um sistema linear variável no tempo

$$X(i) = \sum_{\tau=0}^m h(\tau) \cdot y(i-\tau) \quad (3.1)$$

Ao considerar-se o registro de vazões diárias medido como uma resposta da função do sistema, obtêm-se: a seqüência histórica de dias com e sem pulso, a função do sistema e a magnitude dos pulsos que deram origem à série medida de vazões diárias.

Conhecida essa seqüência histórica, desenvolve-se um modelo de geração de pulsos. Esse modelo consiste da combinação de dois processos. No primeiro, um modelo de cadeia de Markov gera uma seqüência de dias com e sem pulsos. No segun-

do, um processo auto-regressivo de primeira ordem modificado é usado para atribuir magnitudes aos dias com pulsos. As componentes aleatórias dos pulsos são obtidas de uma distribuição exponencial transformada.

A periodicidade das vazões diárias dentro do ano, é reproduzida pelo uso de parâmetros mensais.

3.1.2 - Manipulação da Série Histórica de Vazões Diárias

a) Determinação da seqüência histórica de dias com e sem pulso.

Observando-se o registro de vazões diárias, assume-se que há um pulso sempre que a vazão de um dia é maior do que a vazão do dia anterior. Se por acaso algum pulso houver ocorrido durante a recessão da hidrógrafa, considera-se que esse pulso é desprezível pois do contrário a hidrógrafa subiria.

b) Determinação da função do sistema

Como um evento de precipitação afeta o escoamento em um posto por um tempo limitado, então, a função do sistema deve cair para zero depois de um certo tempo que é chamado de memória do sistema.

A memória do sistema \tilde{e} obtida quando os \tilde{c} ôefi-
cientes de autocorrelação do registro medido deixam de ser
significativos.

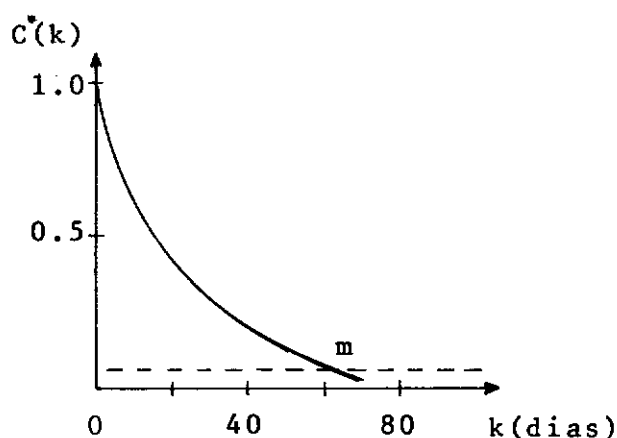


Figura 3.2 - Função de autocorrelação - Exemplo

Note que a equação (3.1) representaria um proces-
so estocástico de "médias móveis". caso o processo $\{y(i)\}$ fosse
aleatório. De fato ele não o é. Entretanto, para efeito de es-
timação adota-se esta hipótese simplificadora, o que permite
relacionar a função do sistema $h(\tau)$ com a função de autocorre-
lação das vazões através da seguinte equação:

$$C(k) = \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{m-k} h(\tau) \cdot h(\tau+k) & ; \text{ para } k \leq m \\ 0 & ; \text{ para } k > m \end{cases} \quad (3.2)$$

$k = 0, 1, \dots, m.$

Com a estimação dos parâmetros da função do sistema, obtêm-se uma espécie de função geral para a bacia em estudo.

c) Determinação da magnitude dos pulsos históricos

As magnitudes dos pulsos são determinados de tal modo que convoluindo com a função do sistema, obtida da forma acima, produzem uma resposta, que é a melhor aproximação para as vazões medidas, segundo o critério dos mínimos quadrados.

Durante a minimização, podem ocorrer alguns valores negativos para a magnitude dos pulsos. Esses dias serão considerados dias sem pulso e os cálculos repetidos até que todos os pulsos tenham valor positivo.

Somente nos dias em que ocorrem pulsos, estes são diferentes de zero, em todos os outros dias do registro, os pulsos são nulos. Tem-se também que o volume total escoado tem que ser igual ao volume total de precipitação efetiva.

3.1.3 - O Modelo para Simulação dos Pulsos

a) Geração da seqüência de dias com e sem pulsos

A probabilidade de ocorrência de um dia úmido depende da característica do dia anterior. A probabilidade de que um pulso ocorra é maior se o dia anterior foi um dia úmi-

do. A probabilidade \bar{e} menor, se o dia anterior foi um dia seco. Essa dependência, que foi desprezada quando da definição de $h(\tau)$, pode ser descrita por um modelo de cadeia de Markov, onde essas probabilidades são os dois parâmetros. Esses parâmetros são determinados de maneira que o número médio de pulsos e a variância do número de pulsos sejam aproximadamente preservados.

O modelo admite que a probabilidade de que um pulso ocorra depois de um dia seco \bar{e} variável ao longo de uma recessão. Esta probabilidade \bar{e} diminuída na medida em que o volume escoado durante a recessão aumenta. Cheias de maior porte estarão portanto associadas a mais longos trechos de recessão.

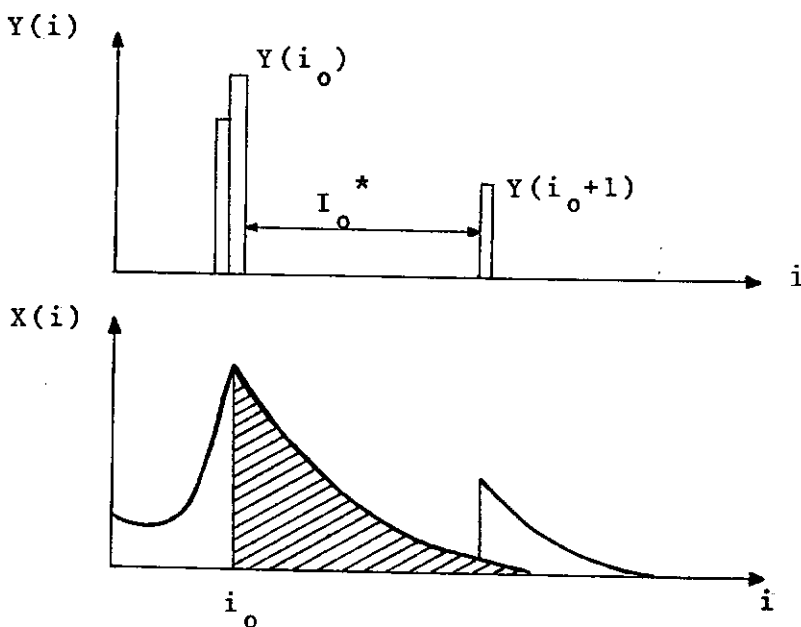


Figura 3.3 - Dependência do período úmido I_0^* entre dois pulsos ao volume V abaixo da recessão da onda.

b) Geração da magnitude dos pulsos

O processo auto-regressivo de primeira ordem modificado usado para a geração de pulsos, considera que a correlação pode ser desprezada se entre dois pulsos ocorrerem dias secos, mas ela é significativa quando os pulsos são consecutivos. A componente aleatória desse processo é obtida de uma distribuição exponencial transformada.

c) Geração de vazões sintéticas

A convolução da seqüência gerada de pulsos com a função do sistema obtida, resulta em uma seqüência de vazões diárias sintéticas para o posto que define essa bacia.

3.1.4 - Obtenção dos Parâmetros do Modelo

a) Determinação dos pulsos que originaram a série medida

- i) Calcular os coeficientes de autocorrelação das vazões diárias medidas

$$C^*(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} (X_i - \bar{X})(X_{i+k} - \bar{X}); k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (3.3)$$

onde, N é o comprimento da série medida e K é a maior defasagem adotada.

Esse sistema pode ser resolvido através do método de Newton-Raphson e do artifício de linearização das equações que é apresentado a seguir (WILSON, G. (34)).

O sistema de (3.5) pode ser representado na forma matricial:

$$[T](t) \cdot [h](t+1) = \hat{c}(t) + c^* \text{ ou } [h](t+1) = [[T](t)]^{-1} [c(t) + c^*] \quad (3.6)$$

onde: $|T| = |T_1| + |T_2|$

$$[T_1] = \begin{bmatrix} h(0)h(1)h(2) & \dots & h(m) \\ h(1)h(2)\dots & h(m) & 0 \\ h(2)\dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ h(m) & 0 & 0 \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} ;$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} h(0)h(1)h(2) & \dots & h(m) \\ 0 & h(0)h(1) & \dots & h(m-1) \\ 0 & 0 & h(0) & \dots & h(m-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h(0) \end{bmatrix}$$

Os índices t da equação (3.6) representam os passos do método Newton-Raphson e os valores iniciais arbitrados são:

$$[h(0)]^{t_0} = \sqrt{C^*(0)}$$

$$[h(1)]^{t_0} = [h(2)]^{t_0} = [h(3)]^{t_0} = \dots = [h(m)]^{t_0} = 0$$

iv) aproximar a função $h(\tau)$ padronizada, por uma expressão analítica. O seguinte polinômio foi selecionado:

$$h(\tau) = \left[a + \frac{b}{1+\tau} + \frac{c}{(1+\tau)^2} \right] (m+1-\tau); \tau = 0, 1, 2, \dots, m \quad (3.7)$$

v) minimizar a soma dos quadrados dos desvios para o registro histórico completo. Isto é, determinar os valores de $Y(i)$ tal que

$$\Delta = \sum_{i=1}^N \left\{ \min_{Y(i)} \left[X^*(i) - \sum_{\tau=0}^m h(\tau) \cdot Y(i-\tau) \right]^2 \right\} \quad (3.8)$$

observando ainda que:

$$\sum_{i=1}^N X^*(i) = \sum_{i=1}^N Y(i) \quad (3.9)$$

onde, $X^*(i)$ é a vazão diária medida e $Y(i)$ a magnitude calculada para o pulso.

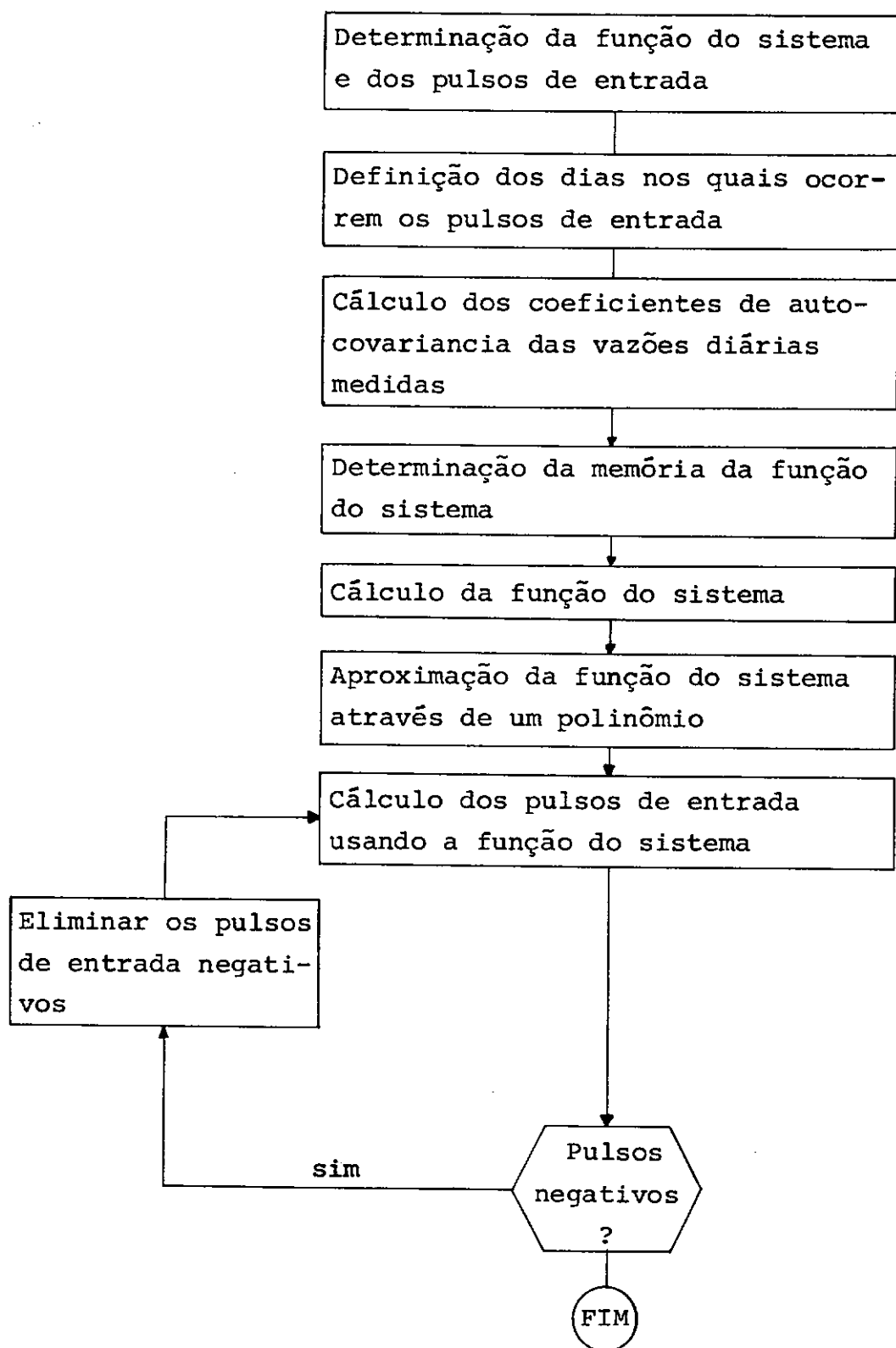


Figura 3.4 - Fluxograma para a determinação dos pulsos que originaram a série medida

b) Determinação dos parâmetros para a simulação da sequência de dias úmidos e secos

- i) calcular a média e a variância do número de pulsos mensais.
- ii) calcular as probabilidades de ocorrência de pulsos para ca da mês:

$$p_{0,j} = \frac{\mu_{p,j}}{g_j} \left(1 - \frac{1-A}{1+A} \right) \quad (\text{GABRIEL, K.R. e NEUMANN, J. (14)}) \quad (3.10)$$

$$p_{1,j} = p_{0,j} + \frac{1-A}{1+A} \quad (3.11)$$

$$A = \frac{\sigma_{p,j}^2}{\mu_{p,j}^2 \left(1 - \frac{\mu_{p,j}}{g_j} \right)} \quad (3.12)$$

onde:

$p_{0,j}$ - probabilidade de que um pulso ocorra em um dia do mês j , se o dia anterior foi um dia seco;

$p_{1,j}$ - probabilidade de que um pulso ocorra em um dia do mês j , se o dia anterior foi um dia úmido;

$\mu_{p,j}$ - número médio de pulsos no mês j ;

$\sigma_{p,j}^2$ - variância do número de pulsos no mês j ;

g_j - número de dias no mês j .

iii) adaptar a probabilidade de que um pulso ocorra, como função do volume escoado pela recessão.

$$p_0^* = \frac{p_{0,j}}{S_1 + S_2 V^2} \quad (3.13)$$

onde:

p_0^* - probabilidade de que um pulso ocorra, dado o volume escoado pela recessão;

V - volume abaixo da curva de recessão;

S_1 e S_2 - parâmetros que relacionam o período seco depois de um pulso, ao volume abaixo da curva de recessão da onda produzida por esse pulso.

c) Geração da magnitude dos pulsos

i) gerar a componente aleatória do processo auto-regressivo $Z(i)$, cuja função densidade é:

$$f(z) = \frac{\lambda_j}{\alpha_j} z^{\left(\frac{1-\alpha_j}{\alpha_j}\right)} \cdot \exp \left[-\lambda_j z^{\left(\frac{1}{\alpha_j}\right)} \right] \quad (3.14)$$

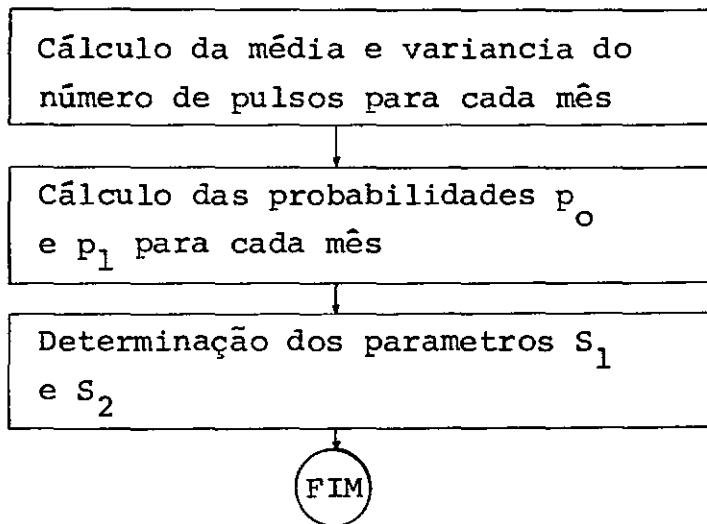


Figura 3.5 - Fluxograma para a determinação dos parâmetros para a simulação da sequência de dias úmidos e secos.

onde:

α_j - é o expoente da transformação $Z(i) = [\epsilon(i)]^{\alpha_j}$;

$\epsilon(i)$ - variável aleatória com distribuição exponencial.

$$\epsilon(i) = - \frac{1}{\lambda_j} \ln[1 - \eta(i)] \quad (3.15)$$

λ_j - é o parâmetro da distribuição exponencial, para cada mês.

$\eta(i)$ - variável aleatória com distribuição uniforme.

ii) atribuir magnitudes aos dias úmidos, através do seguinte processo auto-regressivo:

$$Y(i) = a(k).Y(i-k-1) + Z(i) \quad (3.16)$$

onde:

$Y(i)$ - é a magnitude do pulso no dia i ;

$Y(i-k-1)$ - é a magnitude do pulso no dia $(i-k-1)$;

k - é o número de dias secos entre os dois pulsos;

$a(k)$ - é o coeficiente de autocorrelação dos pulsos consecutivos;

$a(k) = a_0$ para $k = 0$, é o primeiro coeficiente de autocorrelação dos pulsos consecutivos;

$a(k) = 0$ para $k > 0$.

3.1.5 - Geração de Vazões Sintéticas

A seguir é apresentado de forma sucinta, o processo de geração de vazões do modelo.

Primeiramente, é verificado a qual mês j do ano, o dia i pertence. É então decidido se o dia i é um dia seco

ou úmido. Se o número aleatório uniformemente distribuído $\eta(i)$ é menor do que p_0^* e $p_{1,j}$, respectivamente, um pulso $Y(i) > 0$ ocorre no dia i .

Então, a magnitude do pulso é determinada. Para esse propósito uma distribuição exponencial de valores $\epsilon(i)$ é gerada através do uso de números aleatórios uniformemente distribuídos $\eta(i)$. Este valor $\epsilon(i)$ é então transformado no valor $Z(i)$, que é a componente aleatória do processo auto-regressivo, através da transformação $Z(i) = [\epsilon(i)]^{\alpha_j}$. Dessa forma tem-se a magnitude do pulso $Y(i)$ (equação 3.16).

Prosseguindo-se, o pulso $Y(i)$ é convolucionado sobre os dias $i, i+1, i+2, \dots, i+m$, usando-se a função do sistema $h(\tau)$. Simultaneamente à convolução do pulso, o volume V abaixo da parte decrescente da onda é determinado e dele, uma nova probabilidade p_0^* é calculada (3.13). No começo da simulação p_0^* é assumido como sendo $p_0^* = p_{0,1}$.

Com esta rotina executada, tem-se um ano de vazões diárias geradas.

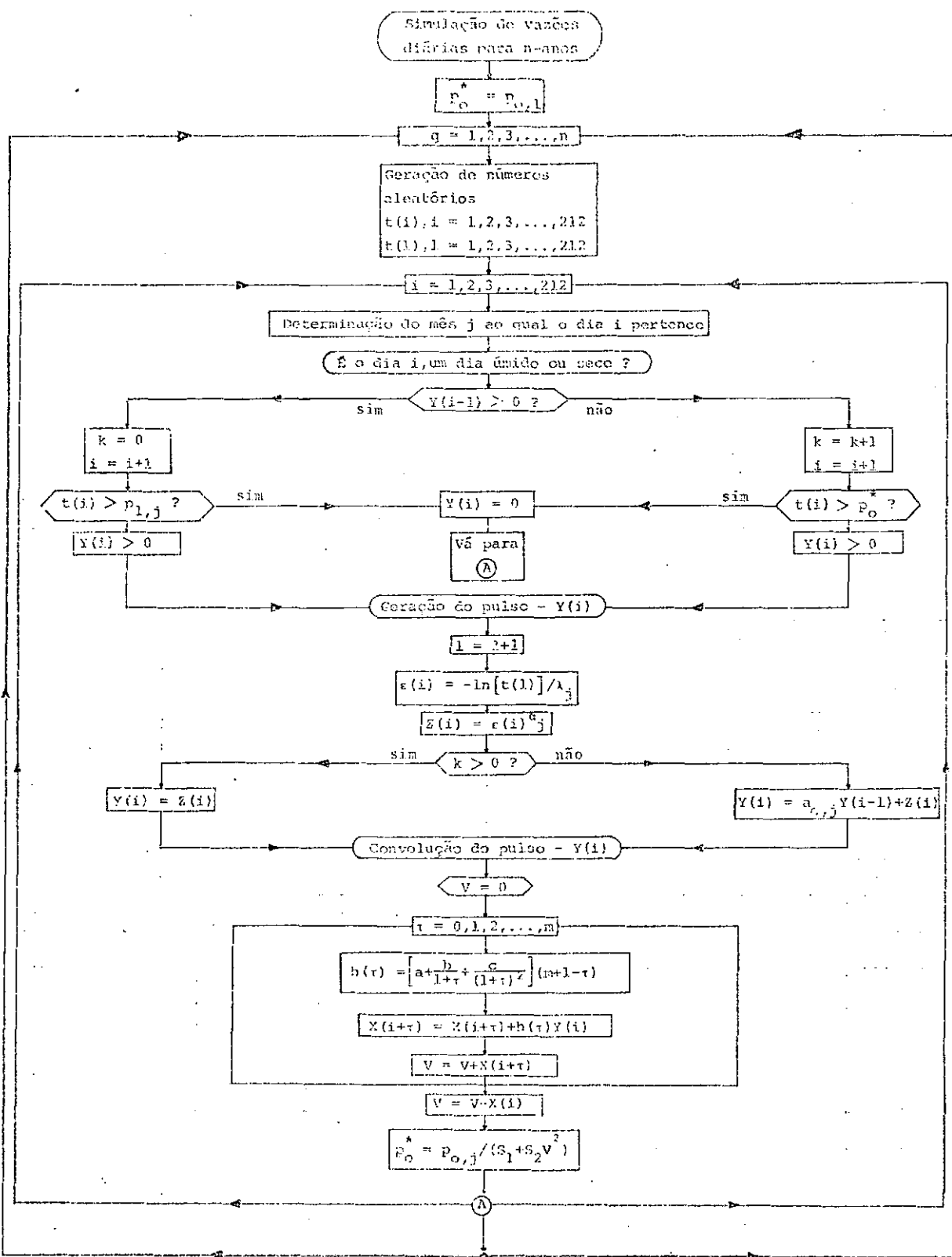


Figura 3.6 - Fluxograma para a geração de vazões sintéticas.
 Modelo Treiber/Plate

3.2 - APLICAÇÃO DO MODELO ESTOCÁSTICO PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

O modelo estocástico para a simulação de vazões diárias, foi aplicado sobre época de cheias que abrange o período de outubro a abril, com um total de 212 dias.

a) Memória do Sistema

A memória da função do sistema, foi determinada através da aplicação da função de autocorrelação (3.3) ao registro de vazões diárias. O gráfico com os valores dos coeficientes de autocovariância $C^*(k)$, $k = 1, 2, \dots, 150$, é apresentado na Figura 3.7.

b) Determinação da Função do Sistema

Os valores da função do sistema foram determinados através da resolução do sistema de equações (3.5) com o algoritmo de fatorização de WILSON, G. (34). O gráfico com os valores da função do sistema $h(\tau)$; $\tau = 0, 1, \dots, m(=59)$ é apresentado na Figura 3.8.

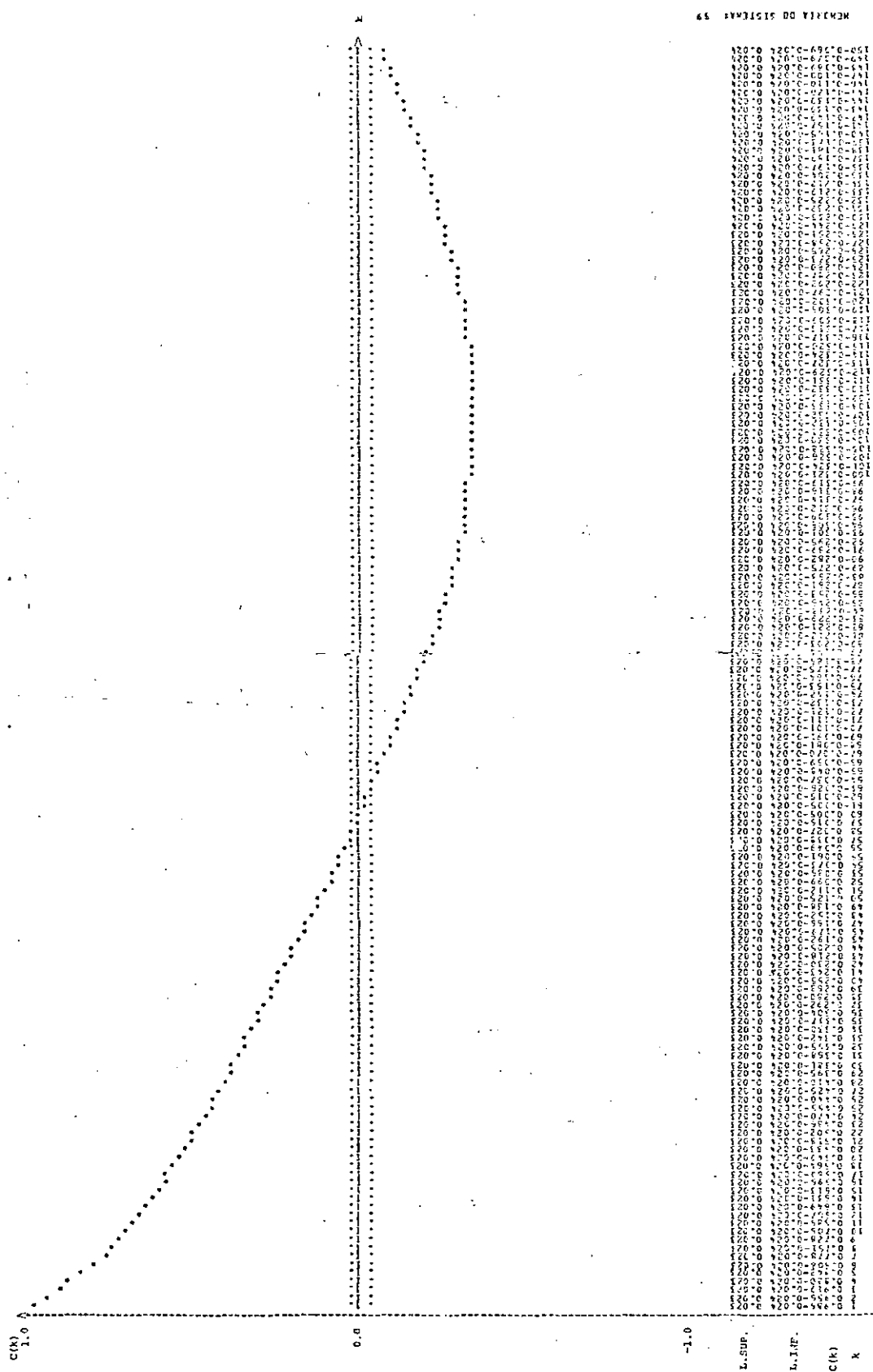


Figura 3.7 - Função de autocorrelação e memória do sistema, em São José da Barra.

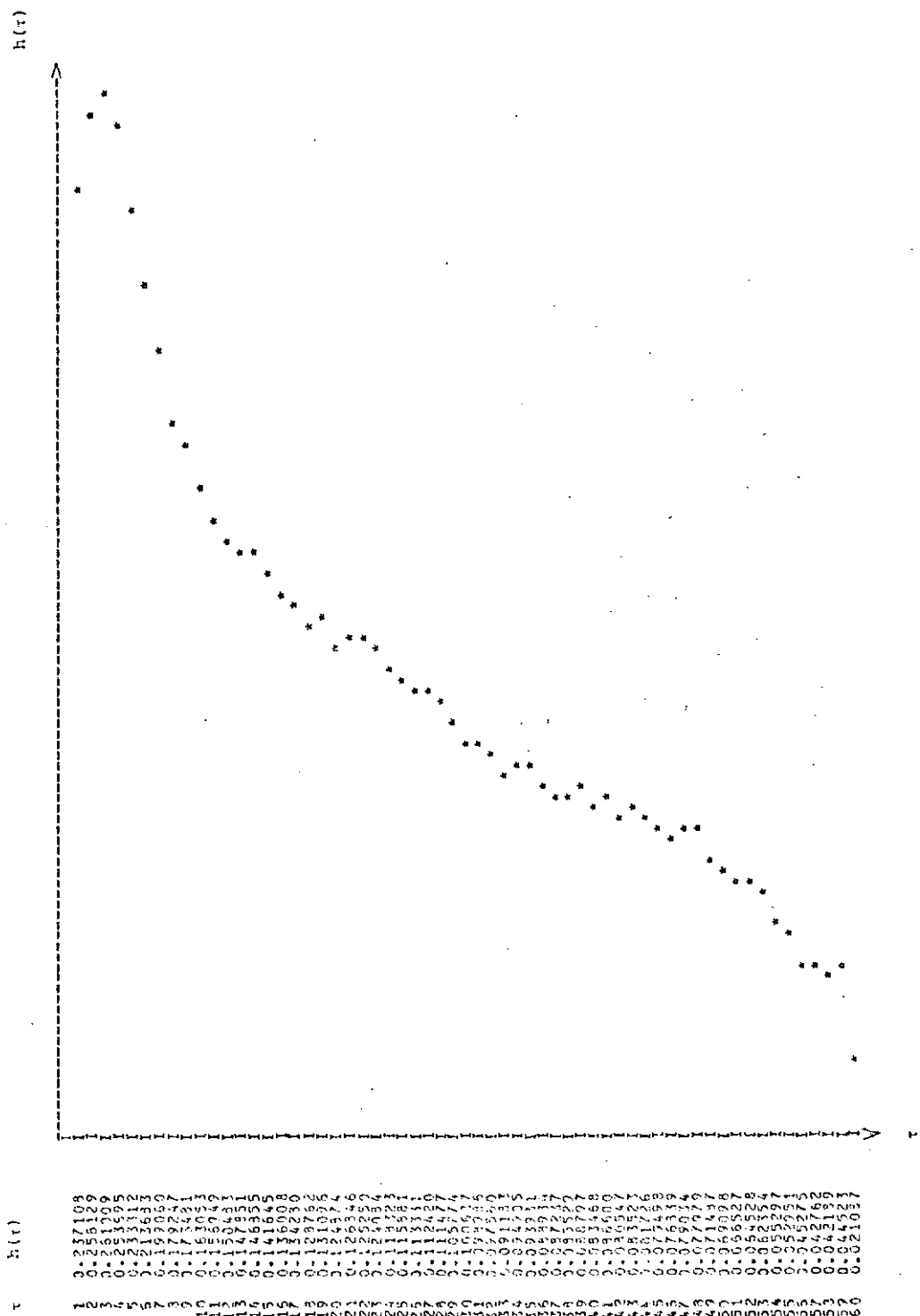


Figura 3.8 - Função do sistema, em São José da Barra.

Os valores encontrados para a função do sistema foram padronizados (Tabela 3.1).

τ	$h(\tau)$
1	3,427
2	3,731
3	3,772
4	3,667
5	3,372
6	3,088
7	2,877
8	2,591
9	2,507
10	2,357
11	2,268
12	2,175
13	2,137
14	2,123
15	2,047
16	1,966
17	1,941
18	1,861
19	1,895
20	1,805
21	1,833
22	1,810
23	1,793
24	1,710
25	1,675
26	1,638
27	1,625
28	1,611
29	1,529
30	1,455

continua...

Tabela 3.1 - Valores padronizados da função do sistema, para São José da Barra.

continuação...

τ	$h(\tau)$
31	1,431
32	1,410
33	1,318
34	1,372
35	1,358
36	1,285
37	1,261
38	1,236
39	1,283
40	1,206
41	1,251
42	1,164
43	1,207
44	1,181
45	1,149
46	1,111
47	1,142
48	1,127
49	1,033
50	0,999
51	0,962
52	0,933
53	0,901
54	0,799
55	0,765
56	0,654
57	0,618
58	0,610
59	0,644
60	0,305

OBS: Os valores de $h(\tau)$, estão multiplicados por: $1,0 \times 10^2$

Tabela 3.1 - Valores padronizados da função do sistema, para São José da Barra.

Para os valores padronizados da função do sistema, ajustou-se o polinômio (3.7), através do método dos mínimos quadrados e obteve-se os valores dos parâmetros a, b e c.

$$a = 0,47380 \times 10^{-3}$$

$$b = 0,68341 \times 10^{-3}$$

$$c = -0,55317 \times 10^{-3}$$

A Figura 3.9 mostra a função do sistema, aproximada pelo polinômio (3.7).

c) Determinação dos pulsos de entrada com a função do sistema

Um programa de otimização, baseado no método de Lagrange, foi adaptado para a função objetivo definida da equação (3.8). Nesse método, o registro medido é dividido em trechos, o sistema resultante da aplicação da equação (3.8) é linearizado e resolvido. Caso haja algum dia com pulso negativo, esse dia é eliminado, e o método repetido, até que todos os dias com pulso, apresentem magnitudes positivas. Os pulsos determinados são considerados responsáveis pelas vazões medidas, isto é, a aplicação da função do sistema a esses pulsos, deve resultar na vazão medida.

Para a estação de São José da Barra e para o período compreendido entre os dias 01/Out./32 e 30/Abr./33, a vazão diária medida e a vazão produzida pela aplicação da função do sistema sobre os pulsos de entrada para esse ano úmido, são mostradas na Figura 3.11 e os pulsos correspondentes na Figura 3.10.

d) Apresentação dos parâmetros para a simulação da sequência de dias úmidos e secos

A Tabela 3.2 mostra os valores dos parâmetros de terminados sobre a sequência de dias com e sem pulso, para cada mês, ao longo de todos os anos do registro histórico.

PARÂMETROS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Número de pulsos	407	360	404	337	312	296	174
Média do número de pulsos	12,33	10,91	12,24	10,21	9,45	8,97	5,27
Variância do número de pulsos	18,35	14,27	20,75	23,23	20,32	16,91	10,83
Probabilidade de que um pulso ocorra, se o dia anterior foi um dia seco	0,133	0,115	0,147	0,164	0,173	0,132	0,113
Probabilidade de que um pulso ocorra, se o dia anterior foi um dia úmido	0,799	0,798	0,775	0,666	0,662	0,676	0,471

Tabela 3.2 - Parâmetros mensais sobre a sequência de dias úmidos e secos, para São José da Barra.

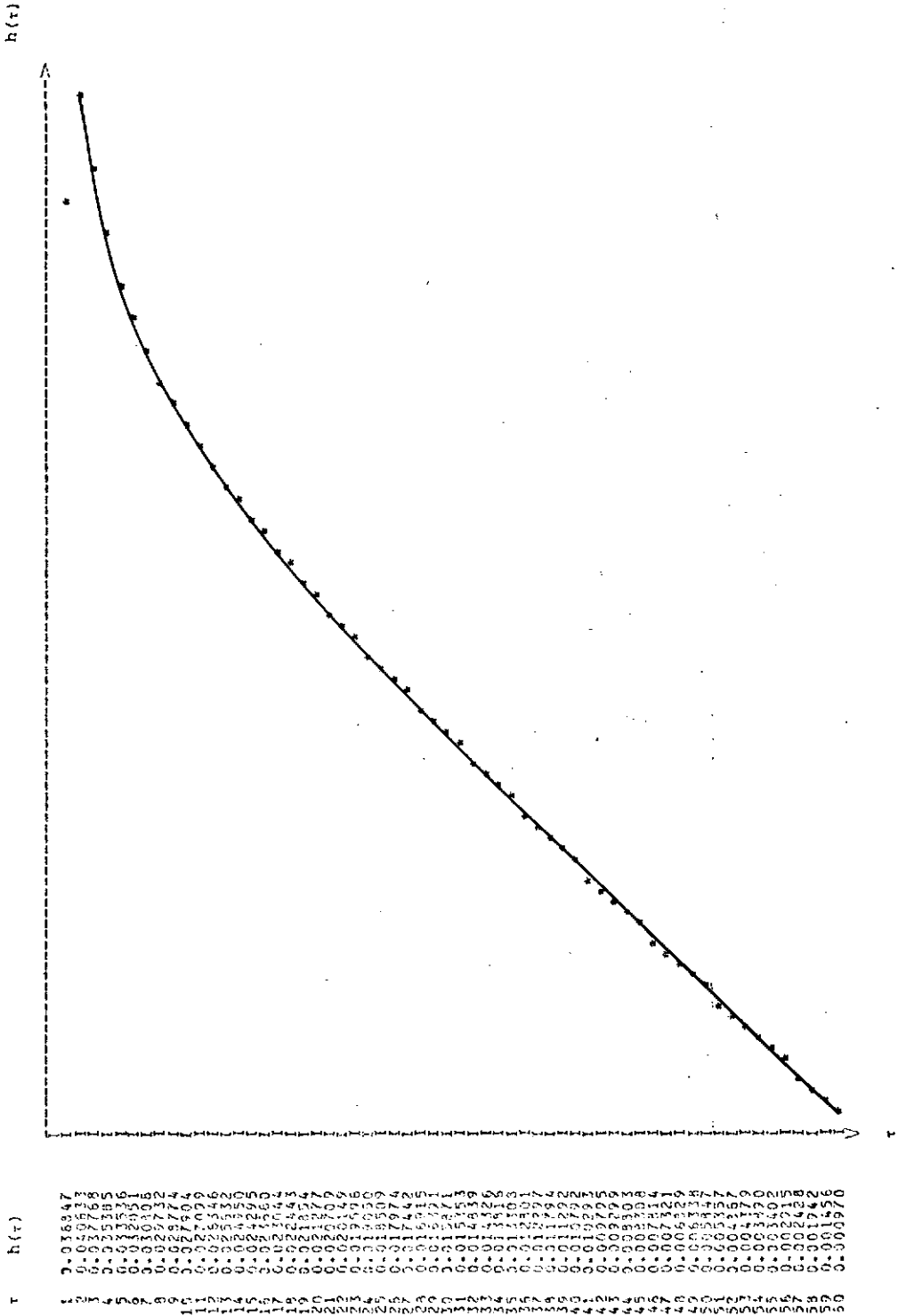


Figura 3.9 - Aproximação da função do sistema por polinômio, em São José da Barra,

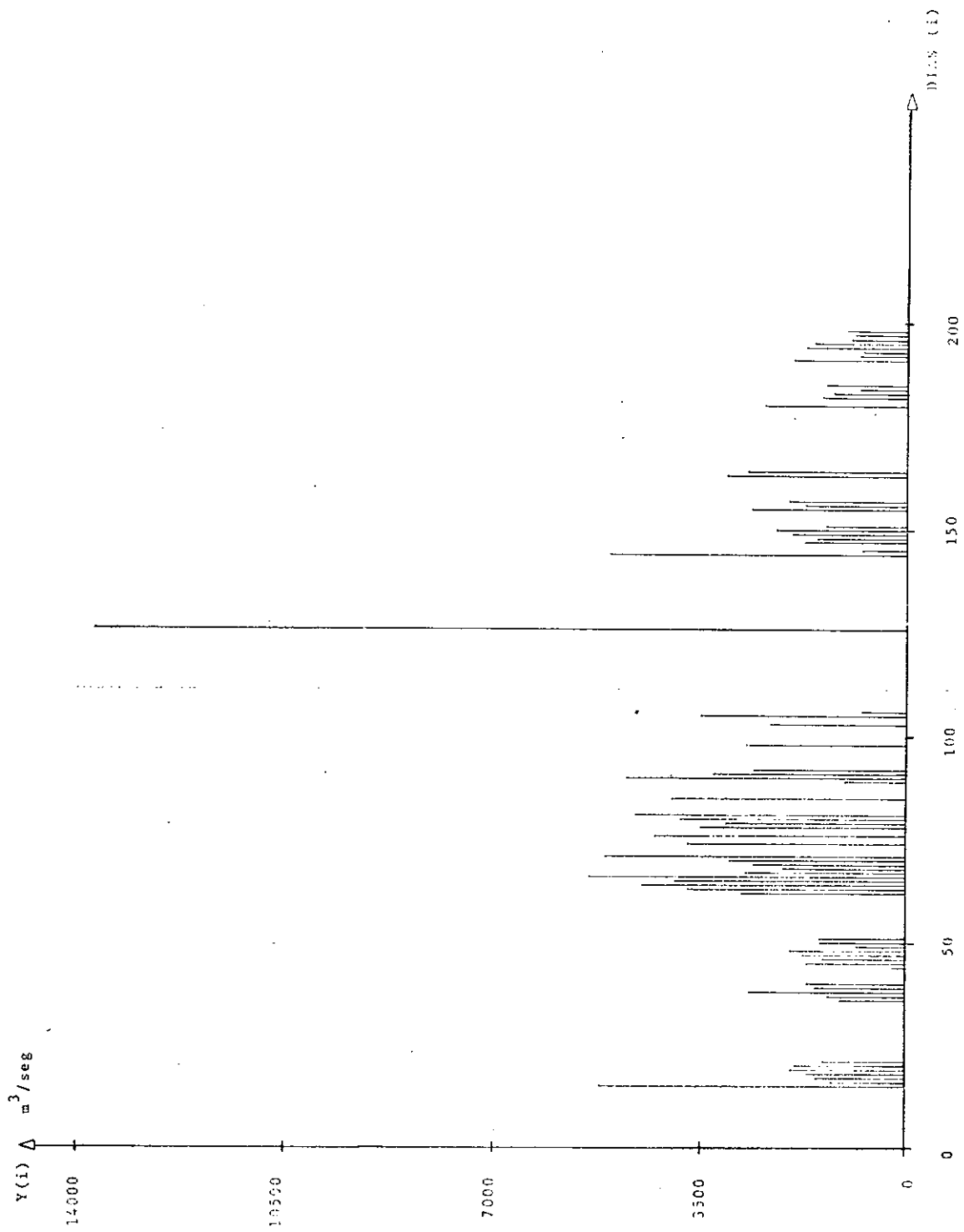


Figura 3.10 - Pulsos de entrada para o período de 01/Out./32 a 30/Abr./33, em São José da Barra.

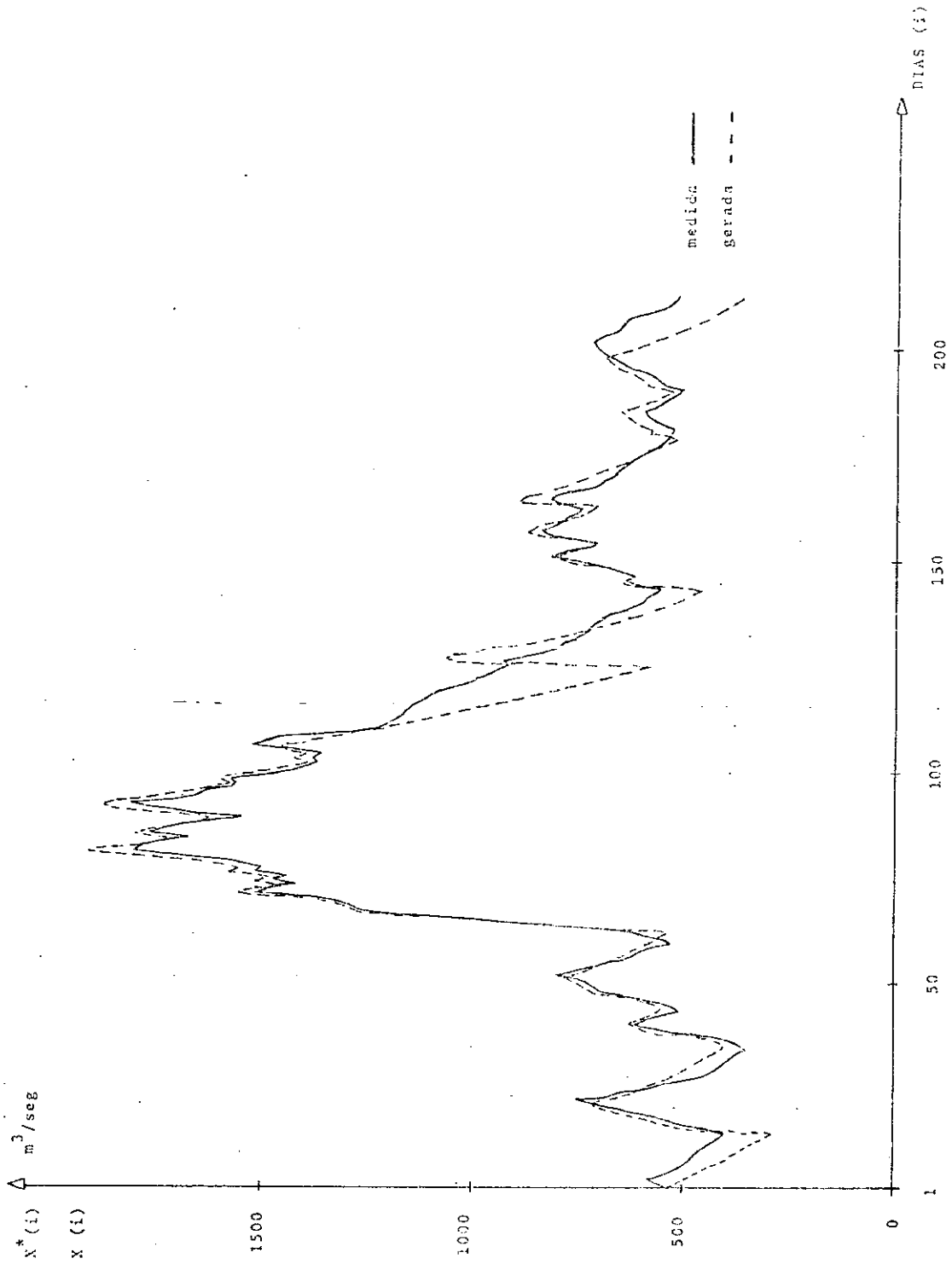


Figura 3.11 - Comparação da vazão medida com a vazão calculada sobre os pulsos do período de 01/Out./32 a 30/Abr./33, em São José da Barra.

Para os parâmetros S_1 e S_2 da equação (3.13) que descrevem a dependência do período seco, após um pulso, ao volume sob a curva de recessão da cheia, foram encontrados os seguintes valores:

$$S_1 = 0,712$$

$$S_2 = 0,306 \times 10^{-9} \text{ m}^{-6}$$

e) Apresentação dos parâmetros para a simulação da magnitude de um pulso

A Tabela 3.3 mostra os valores dos parâmetros de terminados sobre a magnitude dos pulsos, para cada mês, ao longo de todos os anos do registro histórico.

E, finalmente, na Tabela 3.4, estão os parâmetros necessários à geração da magnitude dos pulsos, para cada mês, ao longo de todo registro histórico, segundo o processo auto-regressivo da equação (3.16).

PARÂMETROS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Valor médio	1784,8	2287,4	3915,7	5218,8	4732,5	4348,9	2680,5
Desvio padrão	2243,9	2817,3	3664,1	4198,9	4357,7	3685,0	2726,7
Valor máximo	26231,0	34647,0	27279,0	30977,0	30182,0	25090,0	18296,0
Valor mínimo	41,0	19,0	54,0	100,0	172,0	58,0	46,0

Tabela 3.3 - Parâmetros mensais sobre a magnitude dos pulsos, para São José da Barra.

PARÂMETROS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Média dos coeficientes de autocovariância	0,224	0,359	0,419	0,253	0,271	0,169	0,127
Variância dos coeficientes de autocovariância	0,063	0,162	0,226	0,096	0,111	0,042	0,034
Média da componente aleatória	1385,5	1466,0	2277,0	3898,0	3448,0	3613,9	2339,6
Desvio padrão da componente aleatória	2163,2	2546,3	3100,3	3880,8	4004,2	3570,2	2655,0
O parâmetro da distribuição exponencial λ_j	0,01014	0,01524	0,00364	0,00026	0,00093	0,00024	0,00112
O expoente de transformação α_j	1,51	1,65	1,34	1,00	1,16	0,98	1,13

Tabela 3.4 - Parâmetros mensais para o processo de geração de pulsos, para São José da Barra.

3.3 - MODELO NÃO-PARAMÉTRICO SAZONAL PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

(Baseado em metodologia apresentada por YAKOWITZ, S. (35)).

3.3.1 - Introdução

O modelo não-paramétrico assume que a distribuição de probabilidades da vazão de hoje, é determinada pelo valor da vazão de ontem. Esse procedimento consiste na inferência de uma função de distribuição de probabilidades acumuladas para um determinado conjunto de vazões.

O método de estimação da função de distribuição de probabilidades acumuladas $G(Y)$, sobre esse conjunto, apoia-se no teorema de GLIVENKO-CANTELLI. O teorema diz que, se a função de distribuição empírica $G_n(Y)$ construída sobre uma sequência de números aleatórios $\{Y_i\}_{i=1}^n$ é definida por:

$$G_n(Y) = \frac{1}{n} \times (\text{número de índices } i \text{ tais que } Y_i \leq Y) \quad (3.17)$$

então, com probabilidade um, a convergência de $G_n(Y)$ para $G(Y)$ é uniforme, isto é,

$$\max_{(Y)} |G_n(Y) - G(Y)| \rightarrow 0, \text{ quando } n \rightarrow \infty \quad (3.18)$$

As vazões diárias medidas são divididas em conjuntos. Cada conjunto é definido por um "estado representativo", que vem a ser um valor de vazão mediano dentro desse determinado agrupamento de valores, o qual está o mais próximo possível de qualquer valor de vazão dentro desse grupo. Sendo assim, o registro medido de vazões pode ser representado por um conjunto finito $C_n = \{C_1, C_2, C_3, \dots, C_m\}$. Os elementos do conjunto C_n são os "estados representativos".

A definição dos vários estados representativos C_j sobre as vazões diárias de cada mês, ao longo de todos os anos, define conjuntos de vazões observadas de diferentes tamanhos $\{X_j\}_{j=N}^{n^*}$. No registro $\{X_j\}_{j=1}^{n^*}$ de vazões observadas para $j \geq N$ faz-se $X_j = (X_{jm} X_{j-1}, \dots, X_{j-N+1})^T$ e denomina-se essas N-uplas de "vetores de vazão", onde N significa a ordem Markoviana das vazões e T é o símbolo para transposta.

O símbolo S_v , $i \leq v \leq m$, indica o conjunto daqueles vetores de vazão que estão mais próximos de C_v do que de C_i ; $1 \leq v \leq m$, $N \leq j \leq n^*$, $i \leq m$.

Para cada inteiro positivo v menor do que m e para cada número y obtém-se a função de distribuição empírica $G_v(y)$ construída sobre os sucessores das vazões em S_v , que formam os conjuntos SG_v .

Com o valor conhecido da vazão do dia anterior, determina-se a função de distribuição de probabilidades acumu

lada empírica que será utilizada através do estado representativo mais próximo, segundo o critério da menor norma Euclidiana.

A simulação propriamente dita é iniciada com a geração de um número aleatório de distribuição uniforme, esse número é entendido como sendo o domínio da função empírica, enquanto a vazão gerada é o contra-domínio.

3.3.2 - Manipulação da Série Histórica de Vazões Diárias

a) Determinação dos estados representativos

- i) estabelecer o número de grupos em que se dividem as vazões diárias de cada mês, como sendo igual a parte inteira da raiz quadrada do número total de vazões diárias desse mês.

$$m = I(\sqrt{n}) \quad (3.19)$$

- ii) separar as vazões em m grupos de tal forma que todas as distâncias entre pares de vazões no mesmo grupo sejam menores do que as distâncias entre pares de vazões de grupos diferentes. O algoritmo de agrupagem adotado é um procedimento que procura através de todas as agrupagens possíveis aquela que otimize uma medida numérica de ajustagem:

$$J(\underline{c}_1, \underline{c}_2, \dots, \underline{c}_m) = \sum_{j=N}^n \left[\min_{1 \leq v \leq m} ||\underline{x}_j - \underline{c}_v||^2 \right] \quad (3.20)$$

É também exigido que o número mínimo de elementos por conjunto seja:

$$B(v) \geq I(\sqrt[3]{n}) \quad (3.21)$$

Para uma melhor compreensão do fluxograma para o algoritmo de agrupagem, apresenta-se uma explicação sucinta para variáveis, vetores e matrizes citadas.

$[A]_{(M \times N)}$ - matriz onde cada linha representa um vetor vazão;

$P(M, K)$ - partição de M casos em K grupos;

$MB(L, J)$ - média da J-ésima variável sobre os casos no L-ésimo grupo;

$N(L)$ - número de casos no grupo L;

$D(I, L)$ - distância entre o I-ésimo caso e o L-ésimo grupo;

$e[P(M, K)]$ - erro da partição;

$L(I)$ - é o grupo que contém o I-ésimo caso;

JJ - é o grupo a que pertence o somatório da variável por caso.

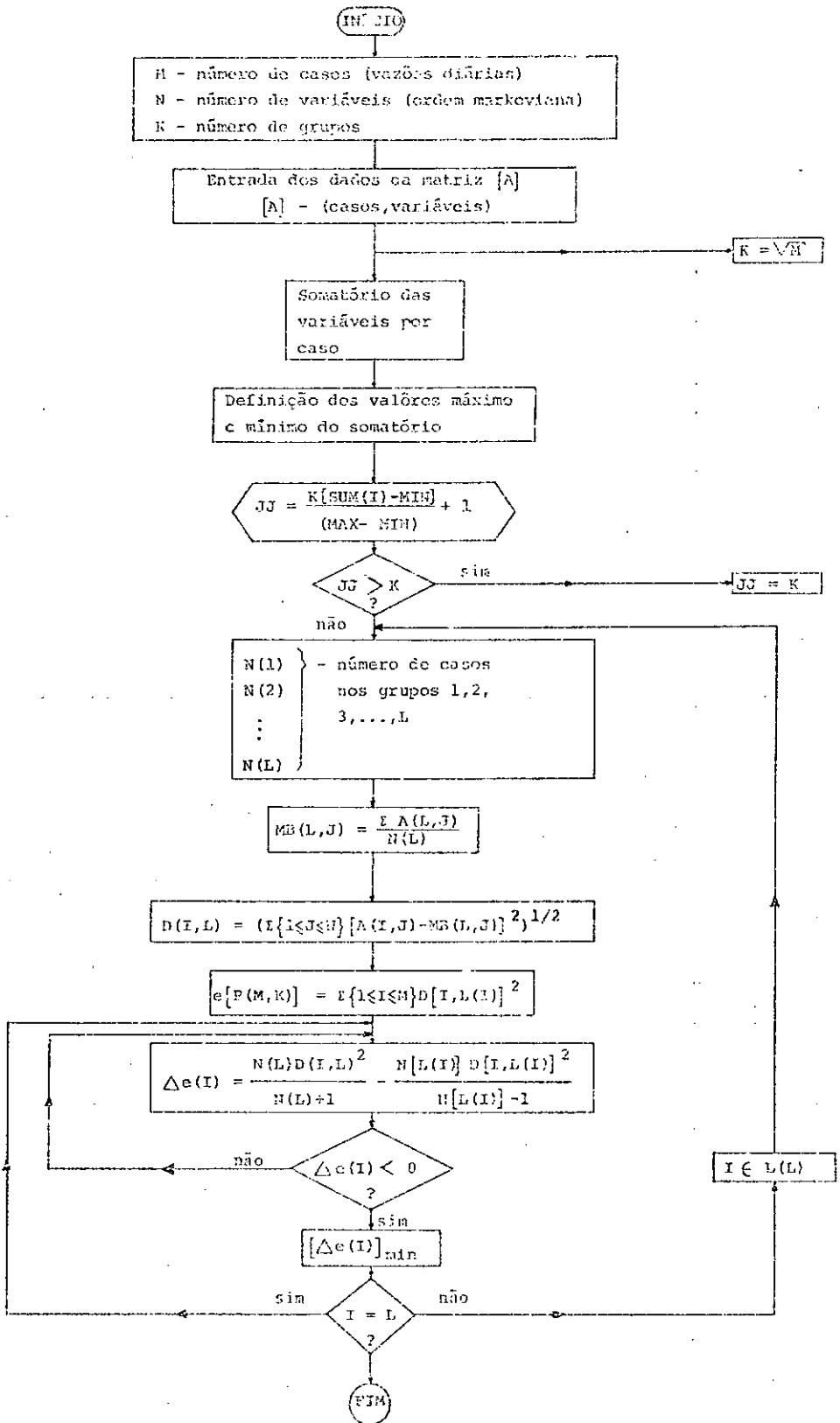


Figura 3.12 - Fluxograma para o algoritmo de agrupagem

b) Determinar os vetores de vazão da vizinhança de cada estado representativo

i) definir, para cada v , $1 \leq v \leq m$, $N \leq j \leq n$, os conjuntos:

$$S_v = \{\underline{x}_j : ||\underline{x}_j - \underline{c}_v|| \leq ||\underline{x}_j - \underline{c}_i||; \text{ para todo } i \leq m\} \quad (3.22)$$

ii) definir, para cada v , $1 \leq v \leq m$, $N \leq j \leq n$, os conjuntos:

$$SG_v = \{\underline{x}_{j+1} : ||\underline{x}_j - \underline{c}_v|| \leq ||\underline{x}_j - \underline{c}_i||; \text{ para todo } i \leq m\} \quad (3.23)$$

c) Formação das funções de distribuição de probabilidades acumuladas empíricas sobre cada conjunto SG_v

i) ordenar os vetores de vazão

&

ii) estabelecer a função empírica adotada

$$\hat{G}_v(x) = \begin{cases} \frac{2i-1}{2B(v)} & ; x \leq x_{\max} \\ 1 - e^{-\lambda x} & ; x \geq x_{\max} \end{cases} \quad (3.24)$$

onde:

$$\lambda = - \frac{1}{x_{\max}} \ln \frac{1}{2B(v)} \quad (3.25)$$

iii) ajustar para cada sub-intervalo entre os vetores de vazão "splines" de segunda ordem. Os "splines" são polinômios do segundo grau que satisfazem as condições de continuidade das derivadas de primeira ordem, nos vetores de vazão.

$$p_{i\theta}^{(k)}(x_i) = p_{i+1,\theta}^{(k)}(x_i) \text{ para } \begin{cases} k = 0, \dots, \theta-1 \\ i = 1, \dots, n^*-1 \end{cases} \quad (3.26)$$

onde:

θ - é o grau do polinômio que se quer ajustar ($\theta = 2$)

n^* - é o índice do vetor de vazão máximo, isto é, o número de vetores de vazão no conjunto SG.

Os coeficientes desses polinômios são:

$$a_{i,3} = \frac{[G(x_i) - G(x_{i-1})] - [(x_i - x_{i-1})(a_{i+1,2} + 2a_{i+1,3} \cdot x_i)]}{[(x_i^2 - x_{i-1}^2) - 2 \cdot x_i(x_i - x_{i-1})]} \quad (3.27)$$

$$a_{i,2} = a_{i+1,2} + 2x_i(a_{i+1,3} - a_{i,3}) \quad (3.28)$$

$$a_{i,1} = G(x_i) - a_{i,2} x_i - a_{i,3} x_i^2 \quad (3.29)$$

$i = 1, 2, \dots, n^*$

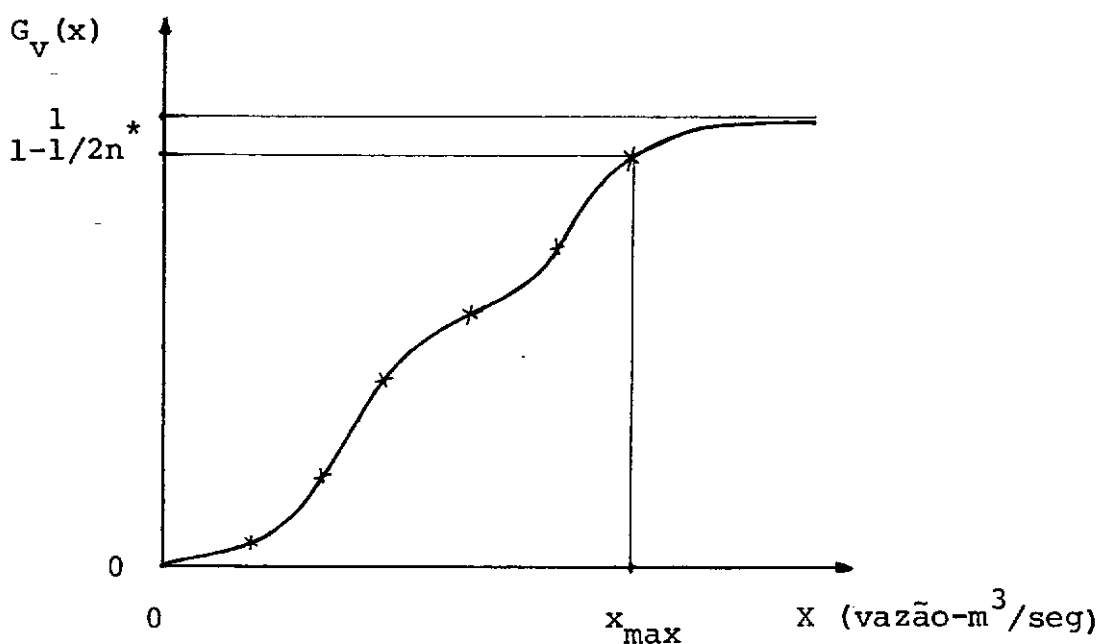


Figura 3.13 - Função de distribuição de probabilidade acumuladas empíricas - Exemplo

3.3.3 - Geração de Vazões Sintéticas

&
a) Gerar as vazões necessárias para a simulação do primeiro dia

$$x = \bar{x} + S.\xi \quad (3.30)$$

onde:

x - valor de vazão arbitrado;

\bar{x} - vazão média histórica;

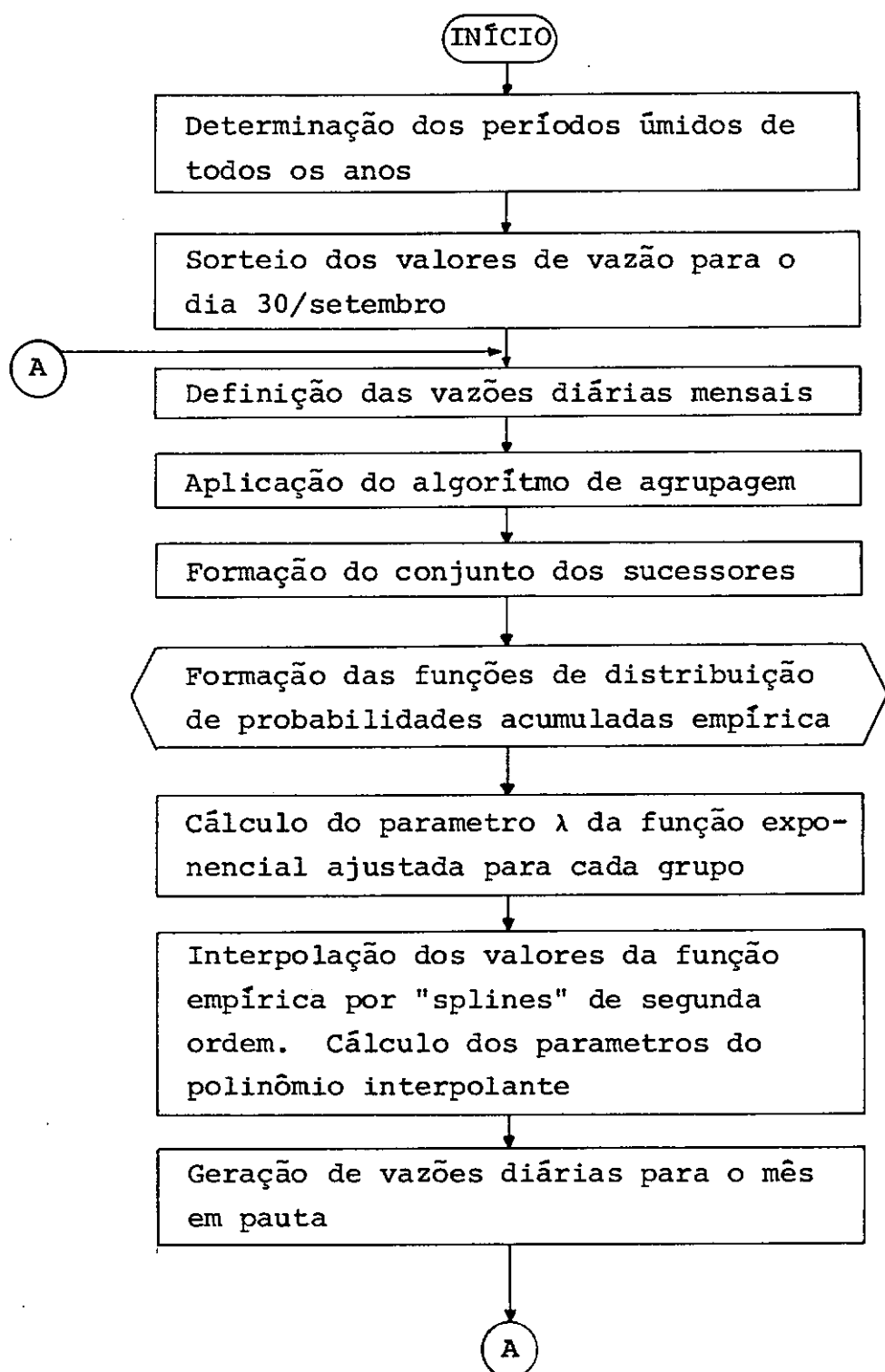


Figura 3.14 - Fluxograma para a simulação.

S - desvio padrão histórico;

ξ - variável aleatória com distribuição normal padrão.

- b) Determinar, com a vazão conhecida do dia anterior, a função de distribuição de probabilidades acumuladas empírica ($\hat{G}_v(x)$) que será utilizada:

$$||\underline{x} - \underline{c}_v|| \leq ||\underline{x} - \underline{c}_k|| ; 1 \leq k \leq m \quad (3.31)$$

- c) Gerar um número aleatório com distribuição uniforme (t_i).

&

- d) Determinar se será utilizado um dos polinômios interpolantes de segundo grau ou a função exponencial do extremo

- se $t_i < (1 - \frac{1}{2n^*}) \rightarrow$ polinômio interpolante

Tem-se então que determinar dentre os polinômios interpolantes do conjunto v determinado, aquele que será utilizado, isto é, determinar o índice i :

$$\frac{2i-1}{2n^*} \leq t_i < \frac{2(i+1)-1}{2n^*} ; i = 1, 2, \dots, (n^*-1) \quad (3.32)$$

- se $t_i \geq (1 - \frac{1}{2n^*}) \rightarrow$ função exponencial do extremo.

&
e) Calcular o valor da vazão sintética

- através da função exponencial:

$$x_{\text{gerada}} = - \frac{1}{\lambda} \ln[1 - t(i)] \quad (3.33)$$

- através do polinômio interpolante, pelo método de Newton-Raphson:

$$x^{p+1} = x^p - \frac{(a_{i,1} - t_i) + a_{i,2}(x^p) + a_{i,3}(x^p)^2}{a_{i,2} + 2 \cdot a_{i,3}(x^p)} \quad (3.34)$$

se: $(x^{p+1} - x^p) < \text{tolerância}$, então:

$$x_{\text{gerada}} = x^{p+1}$$

Os índices (p) da equação (3.34) indicam os passos do método iterativo de Newton-Raphson.

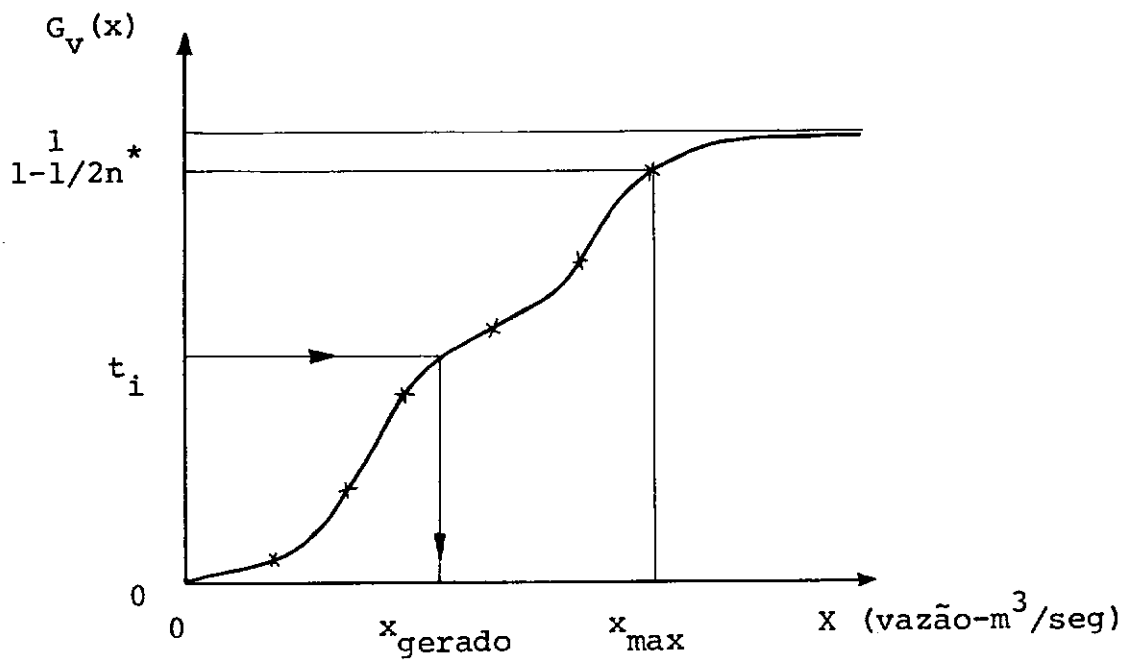


Figura 3.15 - Técnica de geração - Exemplo

3.4 - APLICAÇÃO DO MODELO NÃO-PARAMÉTRICO SAZONAL PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

a) A partição segundo o algoritmo de agrupagem

A aplicação do algoritmo de agrupagem às vazões diárias mensais, apresentou os seguintes resultados (Tabela 3.5).

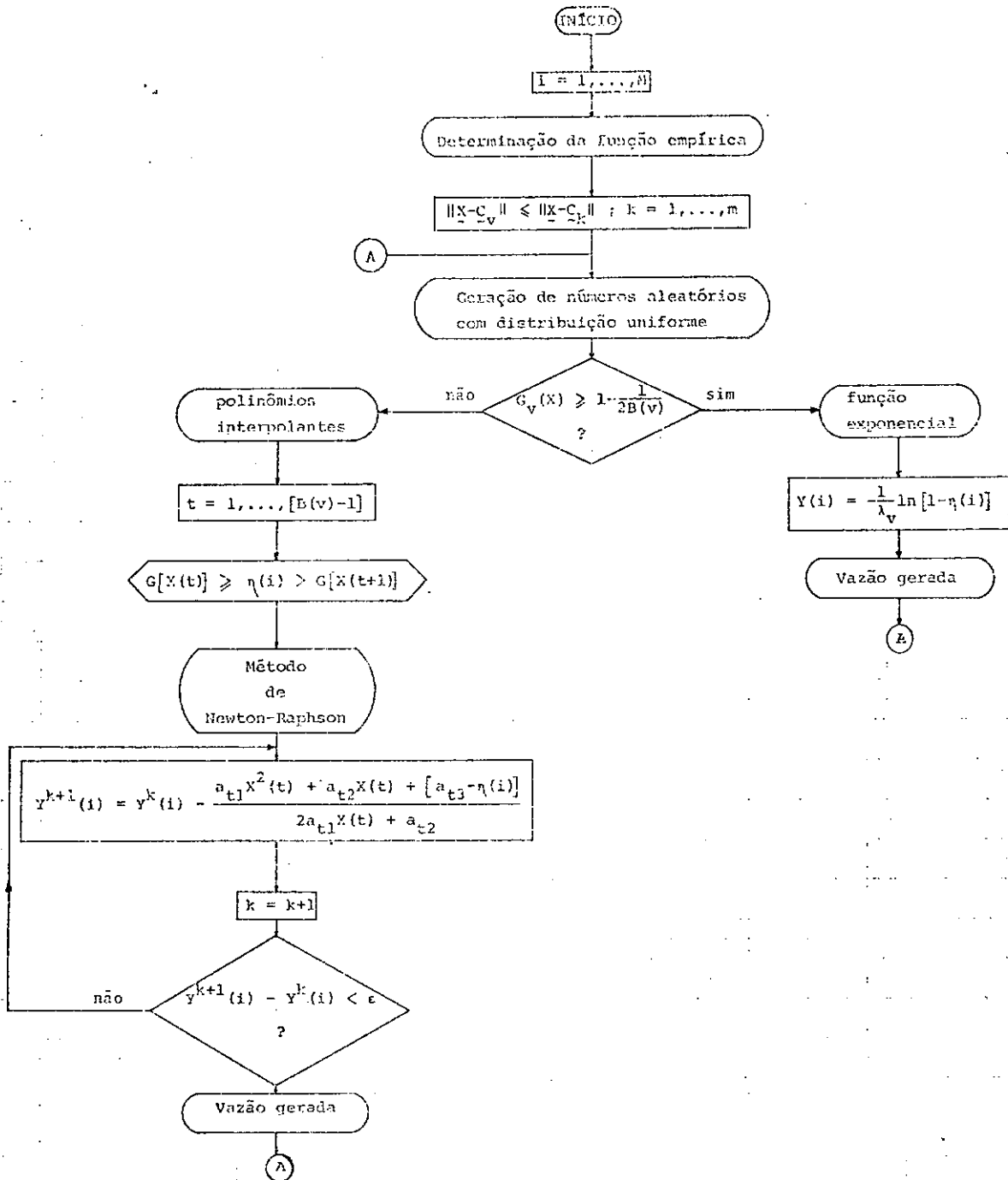


Figura 3.16 - Fluxograma para a geração de vazões diárias

MEDIDAS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Número total de vazões no registro histórico	1023	990	1023	1023	924	1023	990
Número de distribuições empíricas usadas	23	18	23	22	23	18	21
Número mínimo de vazões por distribuição empírica	10	9	10	10	9	10	9
Número médio de vazões por distribuição empírica	44	55	44	47	40	57	47
Desvio padrão do número de vazões por distribuição empírica	35,1	41,8	32,8	30,9	19,7	43,1	34,4

Tabela 3.5 - Medidas mensais obtidas pela partição, para São José da Barra

b) Os estados representativos

A Tabela 3.6 mostra o número de elementos de cada função de distribuição de probabilidades acumulada empírica, obtida sobre o conjunto dos sucessores, o respectivo valor do estado representativo, a vazão máxima nessa função e o valor do parâmetro (λ) da função exponencial ajustada para o extremo, para cada um dos meses do ano úmido.

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	OUTUBRO			
	NÚMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	14	180,64	248,0	0,01344
2	30	226,00	296,0	0,01383
3	71	261,23	595,0	0,00833
4	95	302,47	560,0	0,00937
5	120	343,66	580,0	0,00945
6	116	387,24	530,0	0,01011
7	86	426,03	610,0	0,00841
8	68	467,00	656,0	0,00749
9	88	511,97	776,0	0,00666
10	80	552,30	668,0	0,00760
11	43	592,44	962,0	0,00463
12	34	637,82	861,0	0,00490
13	32	676,13	872,0	0,00477
14	22	716,27	921,0	0,00411
15	28	764,54	944,0	0,00426
16	25	801,16	1036,0	0,00378
17	20	842,10	1024,0	0,00360
18	11	877,73	1173,0	0,00264
19	10	939,80	1260,0	0,00238
20	10	974,20	1186,0	0,00253
21	10	1034,10	1179,0	0,00254
22	10	1178,60	1397,0	0,00214
23	10	1310,80	1450,0	0,00207

continua...

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

continuação

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	NOVEMBRO			
	NÚMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	33	252,00	872,0	0,00480
2	69	315,94	445,0	0,01107
3	91	389,73	540,0	0,00964
4	95	467,52	1036,0	0,00506
5	125	533,88	770,0	0,00717
6	120	611,54	1266,0	0,00433
7	124	685,76	1229,0	0,00449
8	78	760,42	1003,0	0,00503
9	77	831,75	1159,0	0,00435
10	55	904,55	1290,0	0,00364
11	31	983,00	1382,0	0,00299
12	24	1054,42	2010,0	0,00193
13	15	1132,60	1427,0	0,00238
14	11	1209,73	1290,0	0,00240
15	10	1279,40	2501,0	0,00120
16	9	1348,44	2119,0	0,00136
17	9	1509,22	2036,0	0,00142
18	14	2079,29	2354,0	0,00141
19	-	-	-	-
20	-	-	-	-
21	-	-	-	-
22	-	-	-	-
23	-	-	-	-

continua...

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

continuação

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	DEZEMBRO			
	NÚMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	30	257,30	328,0	0,01238
2	34	358,79	535,0	0,00789
3	49	494,04	812,0	0,00565
4	93	609,41	1409,0	0,00371
5	118	721,16	1049,0	0,00521
6	101	828,64	1427,0	0,00372
7	100	948,77	1412,0	0,00375
8	83	1059,83	1572,0	0,00325
9	70	1174,49	1640,0	0,00301
10	58	1296,09	1816,0	0,00262
11	43	1413,77	2354,0	0,00189
12	43	1531,02	2119,0	0,00210
13	36	1636,36	2158,0	0,00198
14	25	1764,60	2550,0	0,00153
15	17	1882,00	2286,0	0,00154
16	19	2001,79	2602,0	0,00140
17	21	2108,48	2581,0	0,00145
18	16	2231,8	2687,0	0,00129
19	12	2329,83	2888,0	0,00110
20	19	2456,11	2583,0	0,00141
21	11	2574,64	3201,0	0,00097
22	10	2824,50	3134,0	0,00096
23	15	3292,87	3804,0	0,00089

continua...

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	JANEIRO			
	NÚMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	35	477,17	2708,0	0,00157
2	73	614,38	1086,0	0,00459
3	85	772,79	1405,0	0,00366
4	80	949,28	2305,0	0,00220
5	99	1116,41	3960,0	0,00134
6	82	1289,99	1866,0	0,00273
7	94	1453,80	1860,0	0,00281
8	69	1615,36	3335,0	0,00148
9	65	1791,02	2462,0	0,00198
10	53	1956,91	2398,0	0,00194
11	67	2118,99	2740,0	0,00179
12	58	2288,50	3156,0	0,00151
13	39	2447,46	3079,0	0,00141
14	24	2631,33	3058,0	0,00127
15	18	2785,06	3015,0	0,00117
16	16	2948,81	3335,0	0,00104
17	16	3141,19	3358,0	0,00103
18	10	3301,50	3880,0	0,00077
19	10	3554,80	3916,0	0,00076
20	10	3818,90	4070,0	0,00074
21	10	4082,30	4740,0	0,00063
22	10	5018,60	5577,0	0,00054
23	-	-	-	-

continua...

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

continuação

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	FEVEREIRO			
	NÚMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	39	403,64	575,0	0,00758
2	32	563,13	770,0	0,00540
3	37	701,49	920,0	0,00468
4	57	821,74	1526,0	0,00310
5	49	969,39	2335,0	0,00196
6	59	1128,46	1693,0	0,00282
7	65	1260,78	2771,0	0,00176
8	46	1417,63	2010,0	0,00225
9	74	1535,45	2158,0	0,00232
10	60	1677,32	3100,0	0,00154
11	66	1822,27	2973,0	0,00164
12	64	1958,30	2374,0	0,00204
13	46	2090,20	2412,0	0,00187
14	40	2232,63	3100,0	0,00141
15	51	2382,71	2824,0	0,00164
16	25	2516,68	2877,0	0,00140
17	29	2663,17	3003,0	0,00135
18	19	2798,37	3335,0	0,00109
19	14	2953,86	3346,0	0,00100
20	19	3089,53	3604,0	0,00101
21	9	3283,11	3426,0	0,00084
22	9	3461,33	3912,0	0,00073
23	15	4095,40	4572,0	0,00074

continua...

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

continuação

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	MARÇO			
	NÚMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	51	596,43	2247,0	0,00206
2	100	754,70	2823,0	0,00187
3	95	947,68	2178,0	0,00241
4	138	1118,22	1939,0	0,00290
5	128	1288,13	3079,0	0,00180
6	96	1474,05	2296,0	0,00229
7	100	1640,50	2106,0	0,00252
8	88	1815,32	2207,0	0,00234
9	63	1990,46	2782,0	0,00174
10	33	2175,76	2550,0	0,00164
11	29	2340,76	2835,0	0,00143
12	22	2511,23	2814,0	0,00134
13	10	2665,70	3122,0	0,00096
14	18	2845,06	3201,0	0,00112
15	13	3042,54	3268,0	0,00100
16	10	3241,10	3458,0	0,00087
17	10	3488,70	3684,0	0,00081
18	19	4647,00	5948,0	0,00061
19	-	-	-	-
20	-	-	-	-
21	-	-	-	-
22	-	-	-	-
23	-	-	-	-

continua...

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

continuação

FUNÇÕES S/ CONJ. DE SUCESSORES	ABRIL			
	NUMERO DE ELEMENTOS	VALOR DO ESTADO REPRESENTATIVO	VAZÃO MÁXIMA	VALOR DO PARÂMETRO λ
1	27	426,30	1043,0	0,00382
2	41	507,49	600,0	0,00734
3	60	572,98	1825,0	0,00262
4	49	652,00	788,0	0,00582
5	60	732,58	1816,0	0,00264
6	128	808,02	2750,0	0,00202
7	97	874,41	2129,0	0,00247
8	90	953,28	1088,0	0,00477
9	103	1033,69	1450,0	0,00367
10	70	1106,36	1359,0	0,00364
11	59	1189,88	1974,0	0,00242
12	58	1261,45	1465,0	0,00324
13	35	1343,37	1617,0	0,00263
14	33	1419,61	1610,0	0,00260
15	20	1494,70	1534,0	0,00240
16	12	1568,42	1737,0	0,00183
17	11	1640,18	1860,0	0,00166
18	9	1725,11	1922,0	0,00150
19	9	1831,67	1869,0	0,00155
20	9	2002,33	2198,0	0,00132
21	10	2383,40	2581,0	0,00116
22	-	-	-	-
23	-	-	-	-

Tabela 3.6 - Funções de distribuição empíricas mensais, para
São José da Barra.

c) O desenvolvimento da aplicação do modelo

Durante o desenvolvimento do modelo, foi necessário a utilização de um critério que fornecesse alguma idéia de quão "parecidas" estivessem as vazões geradas em relação às vazões do registro histórico, para que a modelagem pudesse vir a ser considerado boa. A maneira utilizada, foi a de buscar uma aproximação da média de longo termo da vazão diária gerada, com a média dos registros históricos de vazão diária.

Porém, durante a sua ajustagem, notou-se uma grande sensibilidade do modelo em relação à escolha da técnica de posição de gráfico ("plotter position") e em relação ao número mínimo de vazões no conjunto dos sucessores.

A posição de gráfico e o número mínimo de vazões, estão intimamente relacionadas com a capacidade do modelo gerar vazões diárias maiores que a vazão diária máxima medida no conjunto de sucessores.

Isto é explicado, verificando-se que a responsabilidade pela geração de tais vazões recai exatamente sobre a função do extremo, isto é, a função exponencial.

Quanto menor for o número de vazões no conjunto de sucessores, maior será a probabilidade de que sejam geradas vazões maiores que a máxima desse conjunto.

$$P[Y > X_{\max}] = 1 - G_v(X_{\max})$$

A visualização da situação descrita no parágrafo anterior foi realizada através da aplicação de diferentes fórmulas de posição de gráficos e exigindo-se um maior número mínimo de vazões por conjunto de sucessores. A Tabela 3.7 mostra as várias formulações realizadas em termos de estatísticos sobre vazões diárias geradas, para efeito de comparação, em uma seqüência cronológica por linha.

A análise da Tabela 3.7 mostra primeiramente que a melhor aproximação na média foi conseguida através da posição de gráfico $G_v(X) = i/B(v)$ e com um número mínimo de vazões atendendo a (3.21). Todavia, esta fórmula de posição de gráfico torna irreal um processo de geração, pois, não permite a geração de nenhuma vazão diárias maior do que a máxima medida para o conjunto de sucessores. Portanto, prosseguiu-se no aperfeiçoamento da função empírica com a utilização de novas posições de gráfico e com maiores valores para o número mínimo de vazões exigidas por conjunto de sucessores. Um bom resultado, foi obtido, usando-se a posição de gráficos de Hazen (3.24) com um número mínimo de vazões, exigido por conjunto de sucessores igual a 70 (valor arbitrado).

Deve ser salientado, que também foi verificada a sensibilidade do modelo em relação ao número de conjuntos de sucessores, adotando-se com valor, $m = I(\sqrt[3]{n})$, o que não resultou em grandes melhoramentos.

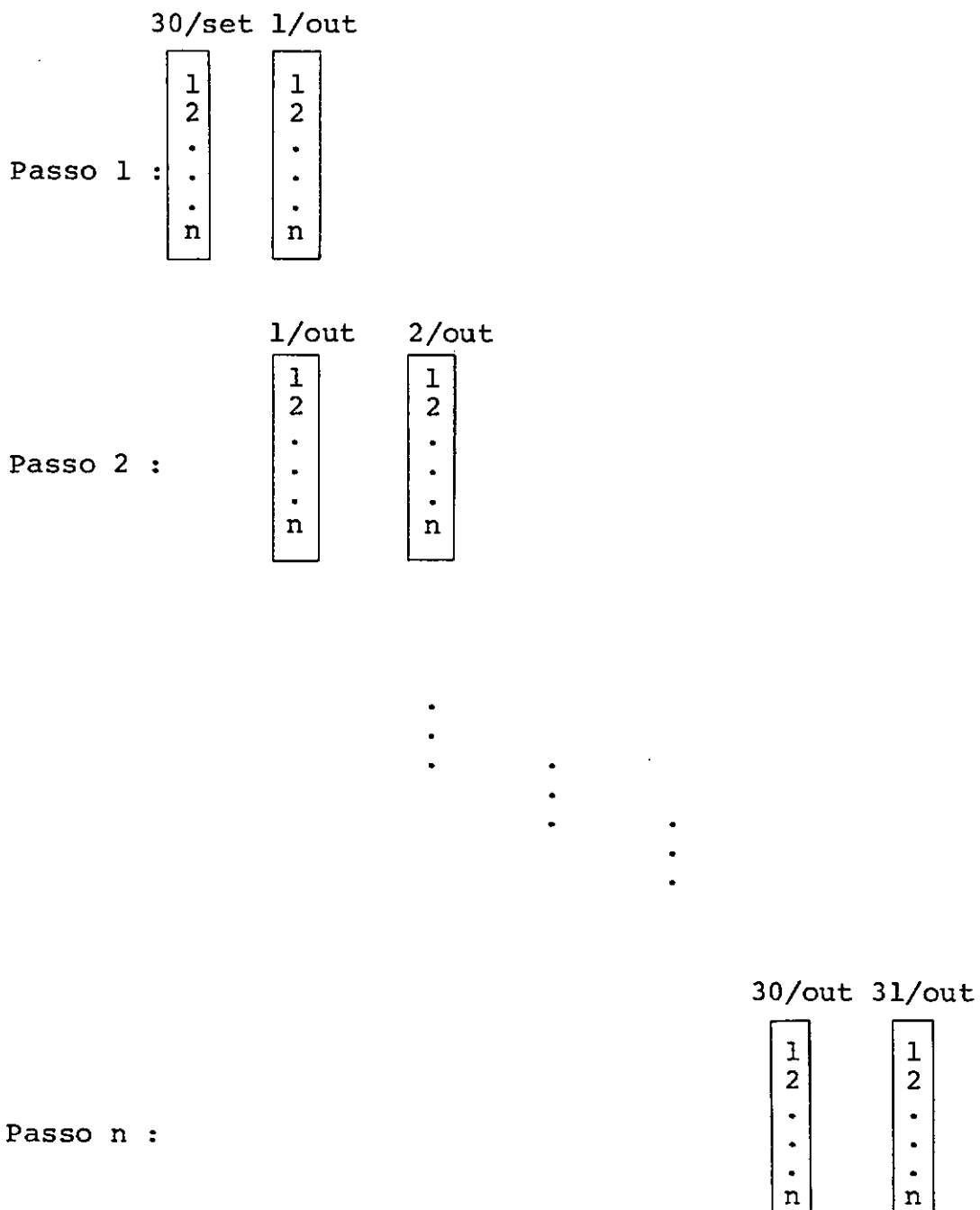
Concebeu-se então a idéia de um modelo não-paramétrico que ao invés de utilizar toda série de vazões diárias medida, repartisse esta série em séries mensais de vazões diárias. Esta divisão apresentou melhores resultados e por isso, o modelo foi denominado de modelo não-paramétrico sazonal e adotado.

Ainda na Tabela 3.7 tem-se, os valores dos momentos obtidos sobre a série histórica e no número 8, o modelo não-paramétrico sazonal, com n' representando o número de vazões diárias de cada mês.

Na simulação, o procedimento adotado é o seguinte: com a vazão conhecida de, por exemplo, 30/Set./51 tem-se a vazão gerada para 01/Out./51, a seguir com a vazão de 30/Set./52 tem-se a vazão gerada para 01/Out./52 e assim por diante (Figura 3.17).

Nº	POSIÇÃO DE GRÁFICO ADOTADA	NUM. MIN. DE VAZ. POR DIST. (B(v))	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	COMPRIMENTO DA SÉRIE GERADA (ANOS)
1	$G_v(x) = \frac{1}{B(v)}$	$\sqrt[3]{n}$	1133	721	0,64	100
2	$G_v(x) = \frac{i}{B(v)+1}$	$\sqrt[3]{n}$	1567	1134	0,72	100
3		30	1436	994	0,69	100
4		70	1311	807	0,62	100
5	$G_v(x) = \frac{2i-1}{2B(v)}$	$\sqrt[3]{n}$	1498	1054	0,70	100
6		30	1417	939	0,66	100
7		70	1300	773	0,60	100
8		$\sqrt[3]{n}$	1008	674	0,67	100
	Momentos estatísticos sobre a série histórica	-	1158	744	0,64	33

Tabela 3.7 - Posições de gráfico pesquisadas, para São José da Barra.



n - número de anos que serão gerados.

Figura 3.17 - Processo iterativo adotado - exemplo

3.5 - MODELO AUTO-REGRESSIVO NÃO LINEAR PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

(Baseado em metodologia apresentada por O'Connell, P. e Jones, D. (27)).

3.5.1 - Introdução

O modelo O'Connell/Jones considera que a vazão de hoje, é função da vazão de ontem mais algum erro aleatório, positivo ou nulo. A análise de um gráfico de vazões (X_{t+1} x X_t), mostra uma relação não linear do tipo:

$$X_{t+1} = f(X_t) + Y_{t+1} ; t = 0, 1, 2, \dots \quad (3.35)$$

Essa equação é considerada um processo auto-regressivo não linear.

No gráfico (X_{t+1} x X_t) tem-se que a função não linear adotada deve atender às três restrições:

- i) $f(0) = 0$
- ii) $f'(0) = 1$ (3.36)
- iii) $0 \leq f(x) < x$; para $x > 0$

não sendo porém exigida grande eficiência na ajustagem, bastando que se mantenha a ordem de grandeza das vazões históricas.

Essas considerações caracterizam a função não linear como uma espécie de envoltória inferior (Figura 3.18).

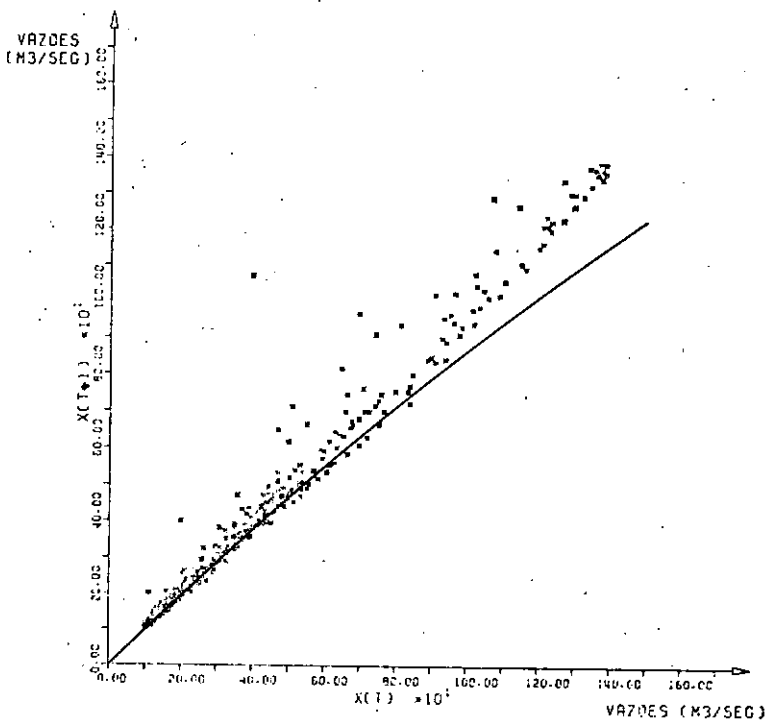


Figura 3.18 - Vazão no dia $(t+1)$ versus vazão no dia (t) - Exemplo.

A sequência de resíduos $\{Y_t\}$ pode ser interpretada como precipitação efetiva desde que tenha sempre valores não-negativos. Entretanto, qualquer função f ajustada aos pontos do gráfico $(X_{t+1} \times X_t)$ levaria imediatamente a valores negativos para os resíduos $[X_{t+1} - f(X_t)]$, contradizendo a suposição de que $Y_t \geq 0$. Mas, a interpretação de $\{Y_t\}$ como precipi

tação é natural e portanto os resíduos negativos serão considerados falhas de adaptação do modelo e desprezados.

Com essa interpretação para a sequência de resíduos deve-se requerer que as vazões modeladas desçam para zero durante um período indefinidamente longo de precipitação nula.

$$X_t \rightarrow 0 \text{ quando } t \rightarrow \infty \text{ se } Y_t = 0 \quad (t \geq 1)$$

e que, se $Y_t = 0$ com probabilidade positiva para cada t , então o modelo de simulação mostrará períodos de recessão suaves. Qualquer valor grande que ocorra na sequência $\{Y_t\}$ produzirá uma ascensão de grandeza correspondente na série $\{X_t\}$, que será seguida por uma recessão suave se os valores seguintes de Y_t forem zeros. Essas considerações induzem a uma mistura de zeros e de variáveis aleatórias exponencialmente distribuídas para $\{Y_t\}$.

Uma possível distribuição para a sequência de resíduos, é um modelo similar ao adotado em 3.1.3, a menos da dependência do comprimento do período seco ao volume escoado durante a recessão.

A geração de uma sequência de dias com e sem resíduos e da magnitude desses resíduos, possibilita a obtenção de uma série sintética de vazões, de forma direta, através da equação do modelo.

3.5.2 - Manipulação da Série Histórica de Vazões Diárias

a) A ajustagem do modelo

Como o objetivo é ajustar um modelo da forma (3.35), é necessário determinar a função $\{f\}$ e a seqüência de resíduos $\{Y_t\}$. Se f é parametrizada em termos de um vetor β de parâmetros, isto é, $f(x, \beta)$ para qualquer $\beta = (A, B, C)$ fixado, então os resíduos podem ser calculados.

A função parametrizada escolhida, que atende às restrições (3.36), é a seguinte:

$$f(X, A, B, C) = \left| (1-C) \cdot A \cdot \operatorname{arc} \sinh\left(\frac{X}{A}\right) + B \cdot C \cdot \ln\left(1 + \frac{X}{B}\right) \right| \quad (3.37)$$

b) A técnica de ajuste

- i) & determinar os valores dos parâmetros A , B e C

Esses parâmetros são obtidos através de tentativas, sempre levando em consideração a idéia de ponderar contra os resíduos negativos grandes e a favor dos resíduos positivos. A ajustagem é considerada satisfatória quando a função $f(X, \beta)$ se apresentar como uma envoltória inferior.

ii) determinar a seqüência histórica de resíduos

$$y_t(A,B,C) = X_t - f(X_{t-1}, A, B, C) \quad (3.38)$$

c) A geração da seqüência de resíduos

Como em 3.1.4/b e c, a geração de resíduos será dividida em duas partes. Primeiramente, serão gerados os dias com e sem resíduos por um modelo de cadeia de Markov. A seguir, por um processo auto-regressivo modificado, serão atribuídas as magnitudes aos dias com resíduo.

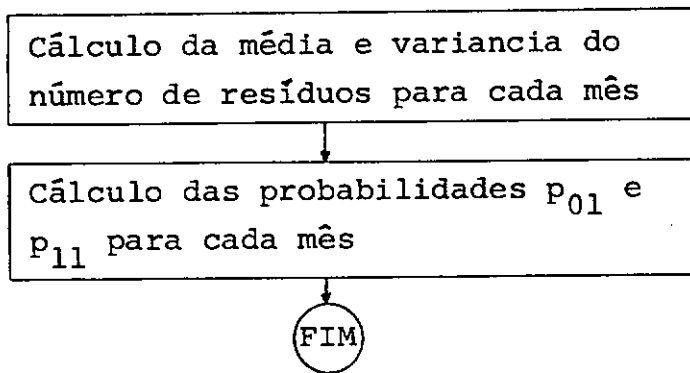


Figura 3.19 - Fluxograma para a determinação dos parâmetros para a geração da seqüência de resíduos

3.5.3 - Geração de Vazões Sintéticas

a) Gerar o valor inicial para a série sintética

$$x = \bar{x} + S.\xi \quad (3.39)$$

- b) gerar a série sintética de vazões diárias para N dias através da equação parametrizada do modelo.

$$X_{t+1} = f(X_t, A, B, C) + Y_{t+1}; t = 0, 1, 2, \dots, N \quad (3.40)$$

3.6 - APLICAÇÃO DO MODELO AUTO-REGRESSIVO NÃO LINEAR PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

a) A função adotada

A função adotada é mostrada na Figura 3.21 sobre o gráfico X_{t+1} "versus" X_t . Esse gráfico é apresentado para um total de apenas 10 anos. Isto porque, um maior número de pontos tiraria a clareza do gráfico e não acrescentaria muito quanto à representatividade de uma função não linear para o modelo de simulação de vazões diárias.

São os seguintes os valores dos parâmetros A, B e C da função não linear que satisfaz o conceito de envoltória inferior:

$$A = 1984,0$$

$$B = 42608,0$$

$$C = 0,5$$

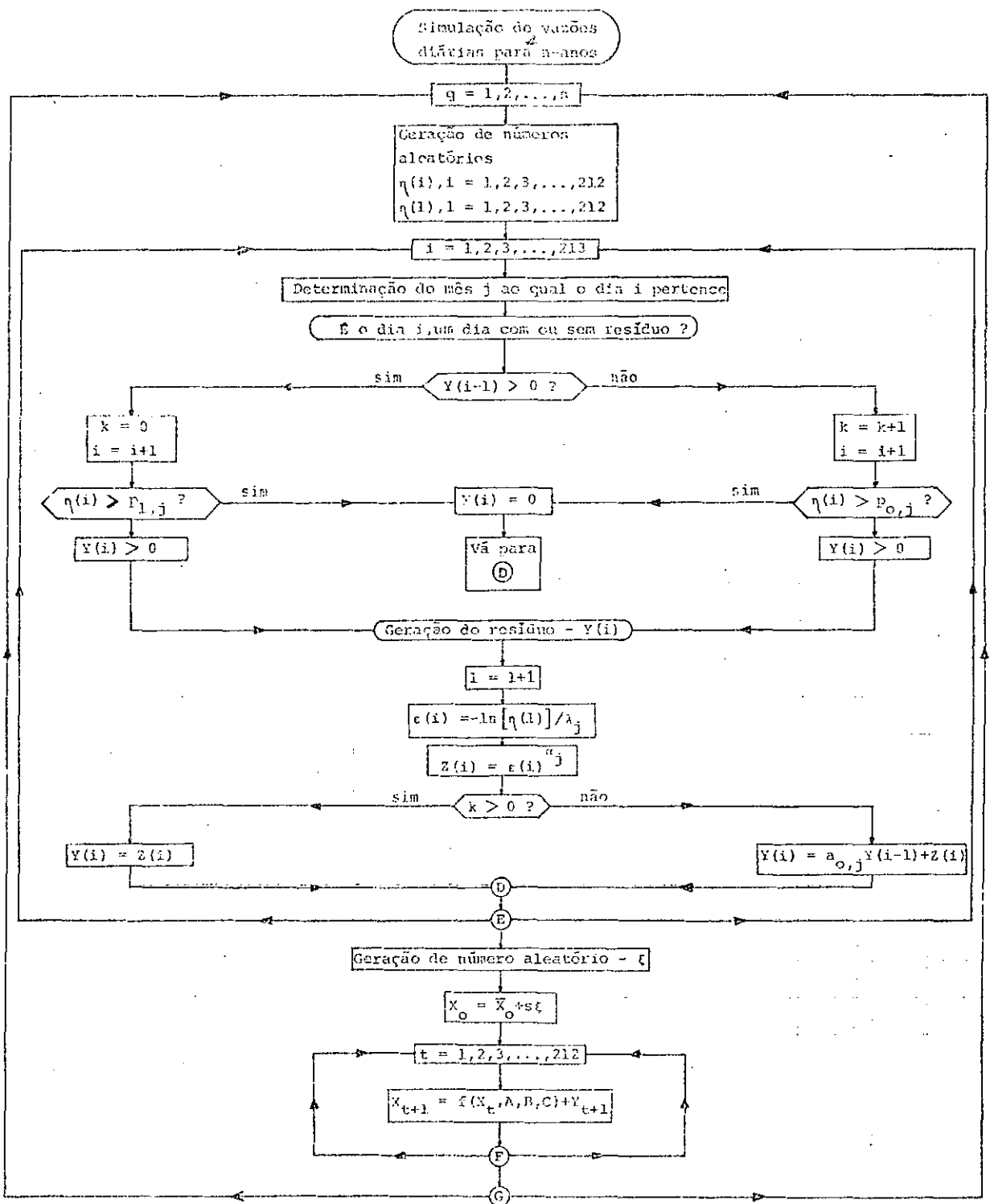


Figura 3.20 - Fluxograma para a geração de dados de vazão sintéticos.

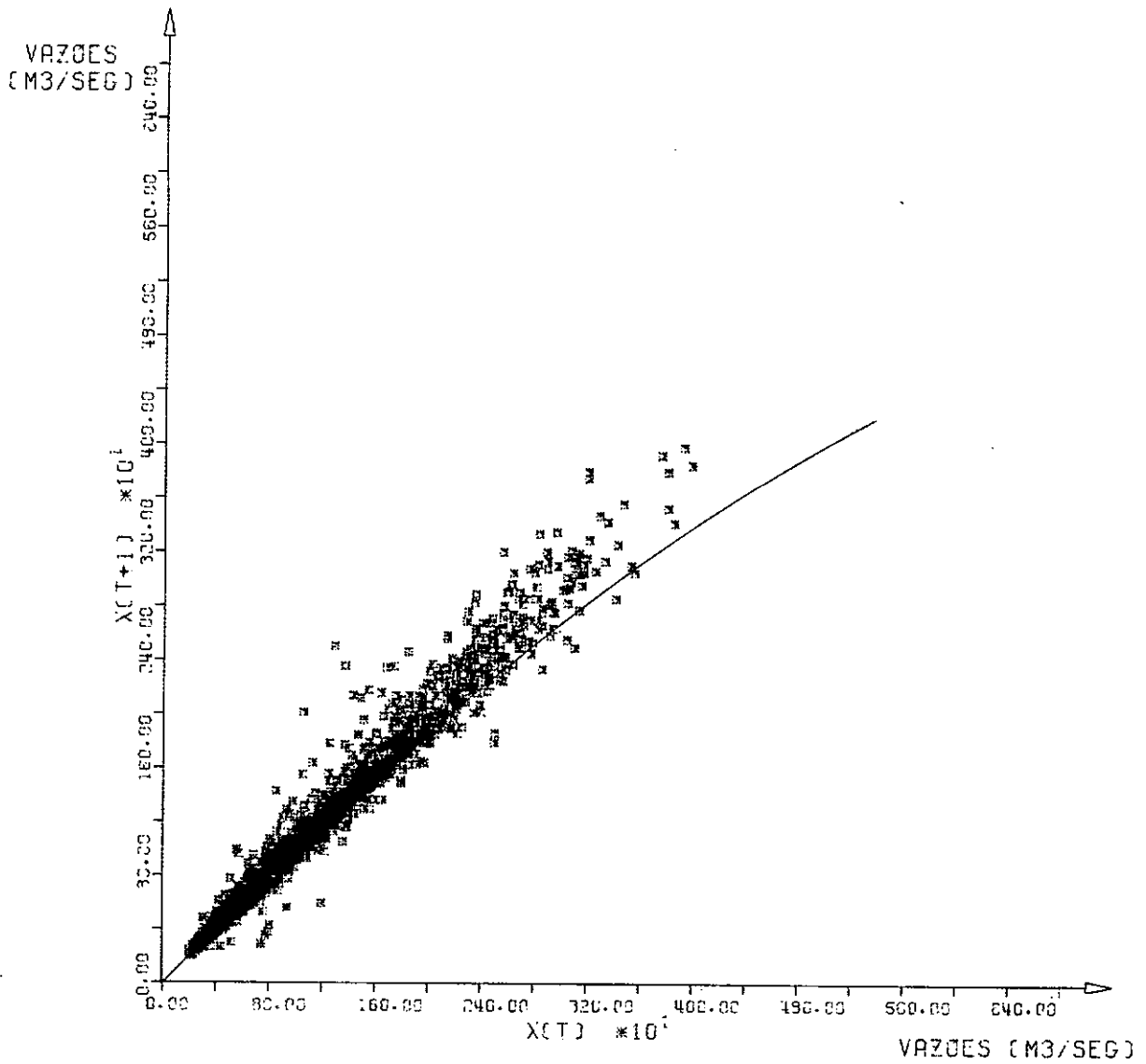


Figura 3.21 - Vazão diária observada plotada contra a vazão do dia anterior, para um período de dez anos, em São José da Barra.

b) A seqüência de resíduos

Com o conhecimento dos valores dos parâmetros A, B e C, obtêm-se a seqüência de resíduos $\{Y_t\}$, através da equação abaixo:

$$Y_t = X_{t+1} - \left[992,0 \operatorname{arc} \sinh \frac{X_t}{1984,0} + 21304,0 \ln \left(1 + \frac{X_t}{42608,0} \right) \right]$$

($t = 0, 1, 2, \dots, N$). Onde N é o comprimento da seqüência.

Como a aplicação da função não linear, leva forçosamente a resíduos negativos, estes, de acordo com o modelo, não foram considerados, o que resultou em um total de 4471 dias com resíduo positivo, para um registro histórico de variações diárias de 6996 dias.

Os resultados da Tabela 3.8, sobre a seqüência de resíduos $\{Y_t\}$, dão alguma idéia a respeito da ajustagem do modelo:

Diferença média no ajuste	93,30
Desvio padrão das diferenças	162,36
Diferença máxima positiva	1576,95
Diferença máxima negativa	-965,35

Tabela 3.8 - Ajustamento do modelo, para São José da Barra.

Esses resultados e uma verificação visual, mostram que a função não linear com os parâmetros que foram determinados, comporta-se como uma espécie de envoltória inferior, atendendo assim, aos objetivos de ajustagem do modelo.

c) Apresentação dos parâmetros para a simulação da sequência de dias com e sem resíduos

A Tabela 3.9 mostra os valores dos parâmetros sobre a sequência de dias com e sem resíduo, para cada mês, ao longo de todos os anos do registro histórico.

d) Apresentação dos parâmetros para a simulação da magnitude de um resíduo

A Tabela 3.10 mostra os valores dos parâmetros determinados sobre a magnitude dos resíduos, para cada mês, ao longo de todos os anos do registro histórico.

Na Tabela 3.11, estão os parâmetros necessários à geração da magnitude dos resíduos, para cada mês, ao longo de todo o registro histórico, segundo o processo auto-regressivo da equação 3.16.

PARÂMETROS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Número de resíduos	561	527	651	740	704	719	568
Média do número de resíduos	17,00	15,97	19,73	22,42	21,33	21,79	17,21
Variância do número de resíduos	22,63	13,66	19,45	32,25	20,04	30,98	25,55
Probabilidade de que um resíduo ocorra, se o dia anterior foi um dia seco	0,162	0,109	0,154	0,272	0,238	0,253	0,193
Probabilidade de que um resíduo ocorra, se o dia anterior foi um dia úmido	0,867	0,904	0,912	0,896	0,926	0,893	0,857

Tabela 3.9 - Parâmetros mensais sobre a seqüência de dias com e sem resíduos, para São José da Barra.

PARÂMETROS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Valor médio	40,7	69,0	145,8	197,1	171,1	144,9	44,5
Desvio padrão	54,3	105,2	163,1	212,9	180,7	195,6	59,2
Valor máximo	443,3	1259,1	1043,6	1407,6	1187,9	1576,9	501,4
Valor mínimo	0,0	0,2	0,2	0,0	0,2	0,2	0,1

Tabela 3.10 - Parâmetros mensais sobre a magnitude dos resíduos, para São José da Barra.

PARÂMETROS MENSAIS	OUT.	NOV.	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	ABR.
Média dos coeficientes de autocovariância dos resíduos consecutivos	0,459	0,606	0,638	0,690	0,695	0,767	0,660
Variância dos coeficientes de autocovariância dos resíduos consecutivos	0,243	0,406	0,447	0,531	0,521	0,660	0,508
Média da componente aleatória do processo autoregressivo	21,97	27,25	52,65	61,18	52,08	33,74	15,17
Desvio padrão da componente aleatória do processo autoregressivo	46,66	79,94	117,81	138,33	120,55	107,47	39,74
O parâmetro da distribuição exponencial λ_j	0,279	0,397	0,195	0,185	0,209	0,403	0,446
O expoente de transformação α_j	1,93	2,40	2,00	2,02	2,05	2,52	2,23

Tabela 3.11 - Parâmetros mensais para o processo de geração de resíduos, para São José da Barra.

3.7 - MODELO DUAL PARA SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS

(Baseado em metodologia apresentada por Kelman, J. (18)).

Nos testes de avaliação do desempenho dos modelos, usou-se também, séries de vazões diárias, geradas através de um modelo apresentado originalmente no Hydrology Paper nº 89 (18) e presentemente sendo aperfeiçoado no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL. Como essas séries foram cedidas diretamente pelo CEPEL, não será apresentada uma descrição do modelo tão detalhada quanto as correspondentes aos três modelos anteriores. Isto porque, ao contrário dos outros casos, não houve necessidade de qualquer tipo de adaptação.

3.7.1 - Conceituação

A suposição básica do modelo para geração de séries de vazões diárias é que os trechos de ascensão e recessão das hidrógrafas, podem ser modelados individualmente como dois processos intermitentes, fisicamente diferentes. O processo de ascensão é devido principalmente às características externas à bacia (e.g., precipitação), já o processo de recessão é concebido como sendo regulado por características próprias da bacia, quais sejam, a sua capacidade de armazenamento e a sua descarga, que são então representadas por dois reservatórios lineares.

Assim, o registro de vazões $q(t)$, é analisado de acordo com seus incrementos $|q(t) - q(t-1)|$. As seqüências positivas desses incrementos são modeladas de forma diferente das seqüências negativas, e essa abordagem tem a intenção de estruturar um modelo, que leve em consideração a diversidade dos fatores físicos que produzem as vazões. Os incrementos positivos, que são produzidos principalmente por fluxos alternados superficiais e sub-superficiais, são caracterizado por uma fraca memória. Já os incrementos negativos, são consequência da bacia de retenção e do processo de saída do fluxo, e portanto tem uma forte memória.

Como estrutura conceitual o modelo apresenta o escoamento na saída de uma bacia como sendo a soma de três componentes:

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) + q_3(t) \quad (3.41)$$

Componentes estas, que têm características físicas diferentes e espera-se que apresentem também características estocásticas diferentes.

$q_1(t)$ - é o fluxo de saída do reservatório 1, que representa o armazenamento subterrâneo;

$q_2(t)$ - é o fluxo de saída do reservatório 2, que simula o armazenamento englobado de:

- (i) armazenamento por detenção na superfície,
- (ii) armazenamento nas poças,
- (iii) armazenamento no canal.

$q_3(t)$ - é o escoamento direto, que é composto principalmente do

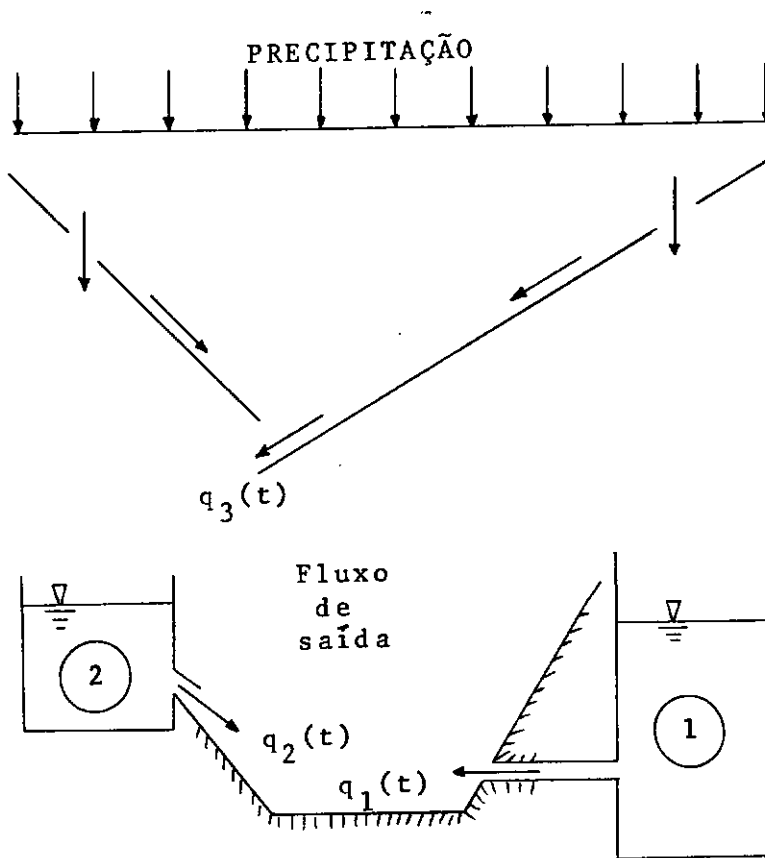


Figura 3.22 - Representação esquemática dos componentes da vazão

escoamento superficial e da precipitação sobre a superfície da corrente.

A observação da realização do processo $q_3(t)$, não é possível pois somente a série temporal da descarga total, $q(t)$ é avaliável. Como não há maneira de desmembrar $q(t)$ em exatamente seus três componentes, $q_1(t)$, $q_2(t)$ e $q_3(t)$, postula-se:

$$q_3(t) = \max[0, q(t) - q(t-1)] \quad (3.42)$$

isto é, o escoamento direto, ou é zero (nulo), ou é igual ao incremento positivo da descarga total. Assim:

$$q_1(t) + q_2(t) = q(t-1) \quad (3.43)$$

portanto, qualquer elevação do trecho da hidrôgrafa, digamos, do dia t_0 ao dia t_f pode ser obtida se o valor de $q(t_0)$ bem como da sucessão $q_3(t_0), \dots, q_3(t_f)$ são conhecidos. Todos os valores da sucessão $q_3(t_0), \dots, q_3(t_f)$ deverão ser positivos.

Admite-se que o processo intermitente definido pela equação (3.42) tem origem em um imaginário processo contínuo em que os valores negativos foram todos colapsados em zero. São então descritas as técnicas necessárias para estimar os parâmetros deste processo contínuo, suposto auto-regressivo de primeira ordem, a partir de uma série temporal do processo intermitente. Obtêm-se desta maneira a média (μ), o desvio padrão (σ), o coeficiente de correlação (ρ) e um número real (α) que é a potência à qual se deve elevar os valores positivos do processo intermitente para que o processo imaginário resulte gaussiano.

Com os parâmetros estimados, produz-se funções periódicas que representam a variação temporal de cada um dos parâmetros.

De acordo com o modelo proposto qualquer recessão na hidrôgrafa é resultado do esvaziamento de dois reservatórios. Os valores da hidrôgrafa decrescem somente quando $q_3(t) = 0$. Portanto, a recessão da curva hidrôgrafa é aproximadamente independente das características que causam a elevação da hidrôgrafa. Somente o estado do reservatório, bem como suas regras de operação são relevantes para essa análise.

É assumido que ambos os reservatórios são lineares, significando, que a saída $q_i(t)$, $i = 1$ e 2 , é proporcional ao armazenamento $S_i(t)$:

$$q_i(t) = K_i S_i(t), \quad i = 1, 2. \quad (3.44)$$

ou melhor, considerando a variação no tempo:

$$q_i(t) = q_i(0) e^{-K_i t} \quad (3.45)$$

que vem a ser, a curva de recessão exponencial.

Portanto, a descarga de saída do i -ésimo reservatório durante o período de recessão, depende somente da descarga inicial $q_i(0)$ e das características do reservatório K_i :

$$q_i(t) = q_1(0) e^{-K_1 t} + q_2(0) e^{-K_2 t}; \quad t \leq \ell \quad (3.46)$$

$t = 0$ - início da curva de recessão;

ℓ - é o comprimento da recessão considerada;

K_1 e K_2 - são constantes que devem ser estimadas.

Os valores de K_1 e K_2 são estimados de tal maneira que as "curvas de recessão teórica", se assemelharão às curvas de recessão observadas.

CAPÍTULO IV

A METODOLOGIA DE TESTES

4.1 - CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DOS MODELOS

Um modelo de geração de séries sintéticas é confiável se a série histórica e as séries geradas puderem ser consideradas como realizações distintas de um mesmo processo estocástico.

A maioria dos modelos de geração são estruturados para reproduzir algum conjunto básico de propriedades das séries históricas. Mas, não é sempre óbvio que tais conjuntos contenham as propriedades de maior interesse, tendo em vista as aplicações do modelo.

É então necessário definir os conjuntos relevantes, evitando as variáveis que tenham sido utilizadas na confecção do modelo e verificar se estas são preservadas.

4.1.1 - O que Testar

O desenvolvimento da metodologia de testes começa com a definição de momentos estatísticos, variáveis aleatórias de interesse, gráficos para comparações visuais e a descrição dos testes que serão aplicados.

Para a série histórica e para cada série gerada:

a) foram calculados:

- . média
- . variância
- . desvio padrão
- . coeficiente de variação
- . coeficiente de assimetria
- . coeficiente de kurtosis
- . valor máximo
- . valor mínimo.

primeiramente, considerando todas as vazões diárias e depois, considerando as vazões diárias de cada mês ao longo de toda a série.

b) é apresentado um gráfico da vazão média diária e do desvio padrão diário.

c) são traçadas as funções de distribuição acumulada:

- da vazão média anual;
- da vazão máxima anual;
- dos volumes de cheias maiores que $2000\text{m}^3/\text{seg.}$
- dos volumes de cheias maiores que $3000\text{m}^3/\text{seg.}$
- das vazões máximas mensais.

- d) são determinados histogramas de freqüência sobre todas as vazões diárias e sobre todas as vazões diárias de cada mês.
- e) são comparados os correlogramas para uma defasagem máxima de 60 dias.
- f) foi calculado o número de vezes em que a hidrôgrafa subiu durante 1, 2, 3, ..., 10 ou mais dias consecutivos para cada mês, o número de vezes em que as vazões médias mensais e a vazão média anual são superadas.
- g) calculou-se para cada mês, sobre o comprimento e a soma das seqüências positivas, o número de vezes em que esses valores superaram os respectivos valores históricos, para os níveis de truncamento de $2000\text{m}^3/\text{seg.}$ e $3000\text{m}^3/\text{seg.}$

Como seqüência positiva deve ser entendido o conjunto de vazões, superiores ao correspondente nível de truncamento, precedido e sucedido por valores inferiores ao correspondente nível de truncamento.

Ao ítem (c) foi aplicado o teste de Smirnov para duas amostras e para os ítems (f) e (g) o teste de igualdade de duas distribuições multinomiais.

4.1.2 - Descrição do Teste de Igualdade de Duas Distribuições Multinomiais

Uma vez escolhida uma característica do processo, pode-se conhecer n_1 observações da variável aleatória X obtidas a partir da série histórica e n_2 observações da variável aleatória Y obtidas de uma série gerada. Pretende-se então testar a hipótese de que X e Y tenham distribuições idênticas, isto é, se podem ser consideradas como provenientes de uma mesma população.

O teste se baseia na divisão do espaço amostral em $K + 1$ subconjuntos e a hipótese nula estabelece que $H_0: P_{1j} = P_{2j}; j = 1, 2, \dots, K + 1$.

P_{1j} = a probabilidade de que uma observação da primeira população pertença ao j -ésimo sub-conjunto e

P_{2j} = a probabilidade de que uma observação da segunda população pertença ao j -ésimo sub-conjunto.

Pode ser demonstrado que:

$$\chi^2_k = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{K+1} \frac{[N_{ij} - n_i(N_{1j} + N_{2j}) / (n_1 + n_2)]^2}{n_i(N_{1j} + N_{2j}) / (n_1 + n_2)} \quad (4.1)$$

tem assintoticamente a distribuição do chi-quadrado com K graus de liberdade, onde:

N_{1j} = número de observações da j -ésima classe, para a primeira população;

N_{2j} = número de observações da j -ésima classe, para a segunda população;

n_1 = tamanho da amostra da primeira população;

n_2 = tamanho da amostra da segunda população.

OBS: O teste é indicado para o caso de variáveis aleatórias discretas.

4.1.3 - Descrição do Teste de Smirnov para Duas Amostras

O teste é feito comparando-se a distribuição de alguma saída gerada pelo modelo com a distribuição observada para o correspondente dado histórico. É baseado na estatística de Kolmogorov-Smirnov, a qual permite tal comparação, mesmo que a verdadeira distribuição não seja conhecida. Em outras palavras, a hipótese é simplesmente de que os dados são da mesma (mas desconhecida) distribuição. Sob a hipótese nula da igualdade das duas distribuições, a variável aleatória

$$w = \max_x [|S_1(x) - S_2(x)|] \quad (4.2)$$

tem distribuição conhecida.

$S_1(x)$ - é a distribuição de probabilidades acumulada amostral, relativa à primeira população (série histórica);

$S_2(x)$ - é a distribuição de probabilidades acumulada amostral, relativa à segunda população (série gerada).

Usando o procedimento descrito pode-se obter os valores críticos correspondentes à níveis de significância padronizados, para limitar as distribuições.

$$P(W \geq W_{crit}) = \alpha_\lambda \quad (4.3)$$

onde:

$$W_{crit} = \lambda \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$$

n_1 = tamanho da amostra da primeira população;

n_2 = tamanho da amostra da segunda população.

$\alpha_\lambda = 0,10$	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
$\lambda = 1,224$	1,358	1,517	1,628	1,858	1,950

A hipótese de que as duas amostras provêm da mesma distribuição, deve ser rejeitada se \underline{W} for maior do que W_{crit} .

OBS: O teste é indicado para o caso de variáveis aleatórias contínuas.

4.2 - TESTE DE AVALIAÇÃO GLOBAL DESENVOLVIDO POR O'CONNELL, P. (26)

Nesta verificação deve-se levar em conta que embora seja possível tratar cada medida de um conjunto de variáveis aleatórias separadamente, isto resultaria em um grande número de "níveis de avaliação", o que tornaria difícil uma avaliação global do modelo.

Seja o exemplo: um par de valores das medidas de desempenho observadas sobre a seqüência histórica é mostrado na Figura 4.1.

Tomados separadamente, o par de medidas não sugeria que o modelo não fosse apropriado, dado que nenhum valor é inaceitável sob a correspondente distribuição marginal. Todavia, tomados conjuntamente, o par de medidas de desempenho mostra que é impossível que tenha sido retirado do modelo de distribuição mostrado.

As variáveis aleatórias selecionadas como medidas de desempenho foram as seguintes:

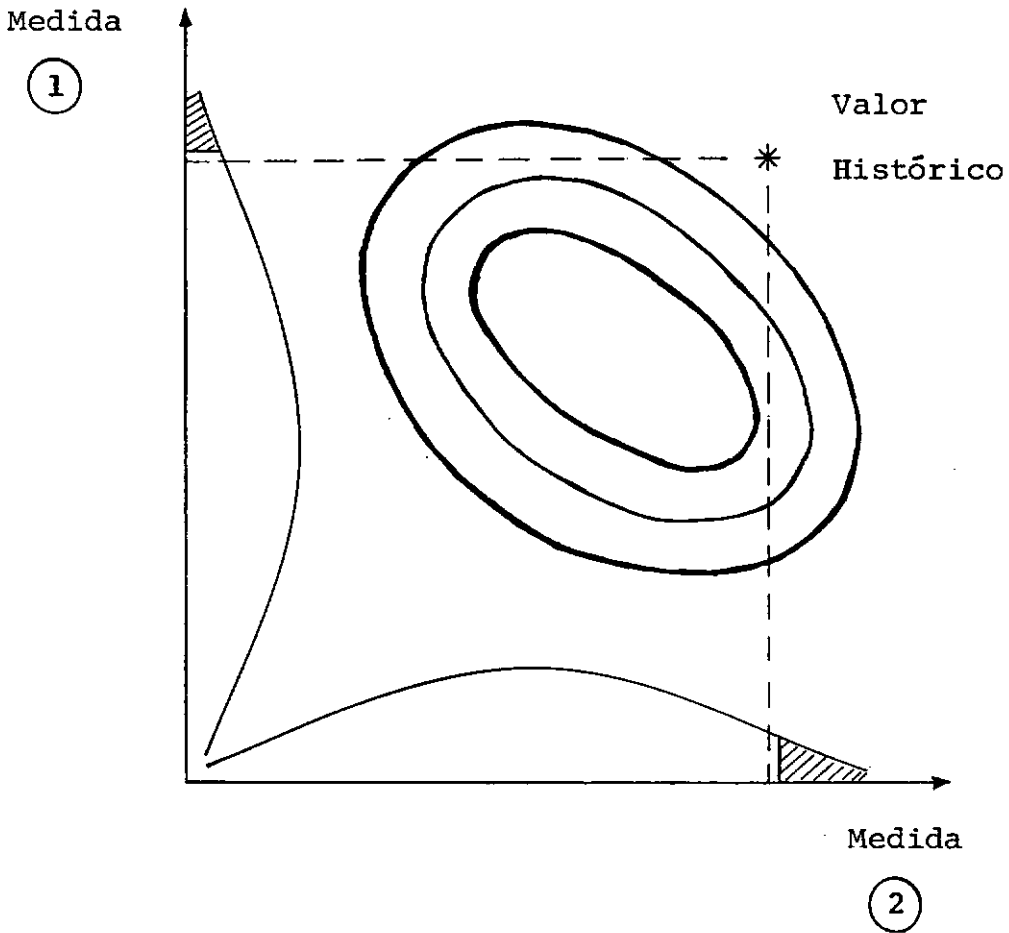


Figura 4.1 - O contorno representa a densidade de probabilidade de um par de medidas e sobre cada eixo está a densidade de probabilidade marginal.

- vazão diária média;
- vazão diária máxima;
- desvio padrão diário;
- intensidade média de sequência-positiva;

- intensidade máxima de seqüência-positiva;
- maior soma de seqüência-positiva;
- soma média de seqüência-positiva.

Dado que o conjunto de variáveis aleatórias associado ao processo estocástico foi definido, pode-se verificar se as distribuições de probabilidades desses conjuntos na série histórica são reproduzidas nas séries geradas.

Uma medida quantitativa da concordância do valor histórico com a distribuição multivariada do conjunto de medidas gerado pelo modelo, pode ser obtida considerando-se a probabilidade de ocorrência de um valor mais extremo do que o observado, assumindo-se que o modelo seja adequado. Como m diferentes medidas de desempenho estão disponíveis, estas podem formar um vetor de medidas representado por \underline{Q} .

Conjuntos de valores mais extremos que os valores do vetor observado $\underline{Q} = \underline{q}_{hist}$ podem ser definidos por:

- aqueles valores \underline{q} para os quais a densidade de probabilidade f é menor do que a de \underline{q}_{hist} ;

$$f(\underline{q}) \leq f(\underline{q}_{hist}).$$

Essa definição assume a existência de uma função densidade de probabilidade, considerando-se o fato de que a distribuição multivariada gerada pelas medidas de desempenho é

uma mistura de variáveis discretas e contínuas. Foi então idealizado um procedimento que não assume que a função densidade exista e que tem a vantagem da simplicidade, uma vez, que a avaliação de probabilidades sobre regiões do espaço multivariado não é requerida.

As medidas da distância de q_{hist} de cada distribuição são procuradas e uma escolha para a distância de um ponto q de uma distribuição com vetor de média $\underline{\mu}$ e matriz de covariância $\underline{\sigma}$ é:

$$d(q) = (q - \underline{\mu})^T \cdot [\underline{\sigma}]^{-1} \cdot (q - \underline{\mu}) \quad (4.4)$$

que é uma quantidade escalar de valor positivo. A quantidade $d(q_{hist})$ dá uma medida da distância do valor observado da distribuição.

Para a avaliação do modelo, um conjunto de realizações independentes do vetor das medidas de desempenho \underline{Q} pode ser obtido através de simulações usando séries de entrada geradas. Sejam os valores simulados de \underline{Q} ; q_1, q_2, \dots, q_p . As estimativas da média e da matriz de covariância da variável aleatória \underline{Q} são então dadas por:

$$\hat{\underline{\mu}} = \frac{\sum_{i=1}^p q_i}{p} \quad (4.5)$$

$$\hat{\underline{\sigma}} = \frac{\sum_{i=1}^P \left[(\underline{q}_i - \hat{\underline{\mu}})(\underline{q}_i - \hat{\underline{\mu}})^T \right]}{(P-1)} \quad (4.6)$$

onde P é o número de seqüências geradas de mesmo comprimento que a seqüência histórica. Para P suficientemente grande, estes valores podem ser considerados como sendo os verdadeiros valores de $\underline{\mu}$ e $\underline{\sigma}$ do modelo.

O conjunto de números:

$$d_i = \hat{d}(\underline{q}_i) = (\underline{q}_i - \hat{\underline{\mu}})^T \cdot [\hat{\underline{\sigma}}]^{-1} \cdot (\underline{q}_i - \hat{\underline{\mu}}), \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (4.7)$$

pode com uma boa aproximação, ser considerado como amostra independente da distribuição de $d(Q)$. O correspondente valor $\hat{d}(\underline{q}_{hist})$ para a distância do valor histórico da distribuição do modelo também pode ser calculado como uma estimativa de $d(\underline{q}_{hist})$. Seja:

$$d_{hist} = \hat{d}(\underline{q}_{hist}) = (\underline{q}_{hist} - \hat{\underline{\mu}})^T \cdot [\hat{\underline{\sigma}}]^{-1} \cdot (\underline{q}_{hist} - \hat{\underline{\mu}}) \quad (4.8)$$

Então, o problema da avaliação do modelo foi reduzido a saber-se, se d_{hist} é um valor provável de surgir da distribuição de $d(Q)$, da qual o conjunto de P amostras independentes d_1, d_2, \dots, d_P é disponível.

Duas possíveis maneiras de medir se o modelo concorda ou não com a seqüência histórica são:

- i) a fração de valores d_1, d_2, \dots, d_p que são maiores do que d_{hist} ;
- ii) o desvio de d_{hist} a partir da média de d_1, d_2, \dots, d_p , padronizado pelo desvio padrão amostral.

Uma dessas duas medidas, ou ambas, seria adequada para a comparação do desempenho de diferentes modelos.

4.3 - AVALIAÇÃO SEGUNDO A PROBABILIDADE DE UM MODELO REPRESENTAR A SÉRIE HISTÓRICA

Qualquer medida do desempenho de um modelo, Q , é feita sobre uma seqüência gerada x_1, x_2, \dots, x_N .

$$Q = Q(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

e o valor histórico q_{hist} de Q é medido na seqüência histórica. Um modelo estocástico define uma distribuição de probabilidades para Q :

$$F_M(q) = \text{Prob}[Q(x_1, x_2, \dots, x_N) \leq q] \quad (4.9)$$

O valor observado q_{hist} pode ser usado para verificar se o modelo é capaz da realização de um valor $Q = q_{hist}$.

Se a probabilidade de que possa ocorrer um valor Q , igual a q_{hist} , for tomada como base, tem-se que:

- a) se a $\text{Prob}(Q = q_{\text{hist}})$ é muito pequena, então pode-se supor, que o modelo não é apropriado;
- b) se a $\text{Prob}(Q = q_{\text{hist}})$ não é pequena, então não há evidência contra o modelo, mas certamente isso não significa que o modelo seja correto.

Entretanto, essa probabilidade pode ser tomada como uma medida da concordância do valor histórico q_{hist} com o modelo, e assim, pode-se comparar o grau de concordância de vários modelos com a seqüência de vazões observadas.

Uma possível inferência analítica para a distribuição $F_M(q)$ correspondente a um dado modelo é uma distribuição multivariada normal, cuja função densidade conjunta é:

$$p_Q(q_{\text{hist}}) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} \cdot |A|^{1/2} \cdot e^{\xi} \quad (4.10)$$

onde:

m - é o número de variáveis aleatórias com distribuição normal;

$[A]$ - é a inversa da matriz de covariância.

$$\xi = -\frac{1}{2} q_{\text{hist}}^T \cdot [A] \cdot q_{\text{hist}}.$$

$$\underline{q}_{hist} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_m \end{bmatrix}$$

Fazendo-se $p_Q(\underline{q}_{hist}) = \text{Prob}(\underline{q}_{hist} | M_i)$, que representa a probabilidade da série histórica ser representada pelo modelo e utilizando-se a transformação (4.11), obtêm-se $\text{Prob}(M_i | \underline{q}_{hist})$ que é a probabilidade de cada modelo dada a série histórica.

$$\text{Prob}(M_i | \underline{q}_{hist}) = \frac{\text{Prob}(\underline{q}_{hist} | M_i)}{\sum_{i=1}^n \text{Prob}(\underline{q}_{hist} | M_i)} \quad (4.11)$$

n = número de modelos.

4.4 - APLICAÇÃO DOS TESTES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os testes foram aplicados sobre 600 anos de vazões diárias geradas pelos modelos YAKOWITZ, TREIBER/PLATE, O'CONNELL/JONES e KELMAN. A análise dos resultados é comparativa, procurando-se assim, determinar qual é o modelo estocástico mais confiável, isto é, qual o modelo cujas séries geradas, ao serem analisadas com a série histórica, podem com maior pro

babilidade, serem consideradas como provenientes de uma mesma população.

4.4.1 - Momentos

A Tabela 4.1 mostra os valores dos momentos obtidos sobre as séries histórica de 33 anos de comprimento e geradas de 600 anos de comprimento.

Na análise dessa tabela o modelo KELMAN é o que melhor reproduz o coeficiente de variação histórica. Isto, porque apesar do bom desempenho na média do modelo YAKOWITZ, o desvio padrão gerado pelo modelo KELMAN está bem mais próximo do valor histórico. Os outros modelos não se apresentaram bem. Tem-se ainda, que o modelo O'CONNELL/JONES obtém um bom desempenho para o coeficiente de kurtosis, enquanto que os outros modelos não mostram valores satisfatórios.

Para os valores mínimos, vemos que os modelos YAKOWITZ e O'CONNELL/JONES, falham quando geram valores mínimos maiores que o mínimo histórico, pois a probabilidade de gerar valores extremos, aumenta com o comprimento da série. A mesma análise, repetida para os valores máximos, vai de encontro ao resultado do modelo TREIBER/PLATE.

A Tabela 4.2 apresenta os mesmos momentos da Tabela 4.1, porém, agora para as vazões diárias de cada mês ao lon-

SÉRIES	ESTATÍSTICOS							
	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIAÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	1158,39	553751,47	744,14	0,64	1,53	6,47	5948,0	156,0
Yakowitz	1331,66	968716,61	984,23	0,74	1,67	7,09	13025,0	158,0
Treiber/Plate	1199,85	451838,10	672,19	0,56	1,16	4,89	5749,0	15,0
O'Connell/Jones	1353,14	463298,27	680,66	0,50	1,27	6,46	7937,0	158,0
Kelman	1206,13	601888,76	775,81	0,64	1,27	5,26	7619,0	60,0

Tabela 4.1 - Momentos sobre as séries de vazões diárias histórica e geradas, em São José da Barra.

OUTUBRO

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	492,05	45009,21	212,15	0,43	1,32	5,10	1450,0	156,0
Yakowitz	559,92	52140,10	228,34	0,41	1,78	9,89	3387,0	158,0
Treiber/Plate	683,52	89975,45	299,96	0,44	0,84	4,21	2409,0	15,0
O'Connell/Jones	605,09	55249,20	235,05	0,39	0,84	4,91	2144,0	158,0
Kelman	516,70	62300,62	249,60	0,48	1,29	5,26	2135,0	108,0

NOVEMBRO

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	668,64	90862,29	301,43	0,45	1,86	9,28	2501,0	204,0
Yakowitz	667,15	137327,89	370,58	0,55	2,45	13,96	5264,0	204,00
Treiber/Plate	842,76	195738,77	442,42	0,52	1,34	5,99	4089,0	48,0
O'Connell/Jones	943,60	123195,45	350,99	0,37	1,48	7,25	3516,0	176,0
Kelman	758,18	138360,17	371,97	0,49	1,00	4,28	3058,0	60,0

continua...

Tabela 4.2 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em São José da Barra.

DEZEMBRO

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZAO MÁXIMA	VAZAO MÍNIMA
Histórica	1143,76	381736,95	617,85	0,54	1,22	4,58	3804,0	191,0
Yakowitz	1101,70	532792,33	729,93	0,66	1,56	6,28	7825,0	191,0
Treiber/Plate	1220,29	471273,31	686,49	0,56	1,16	4,88	5247,0	29,0
O'Connell/Jones	1393,51	344789,77	587,19	0,42	1,30	5,88	6181,0	358,0
Kelman	1285,61	443245,43	665,77	0,52	0,98	4,12	5434,0	113,0

JANEIRO

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZAO MÁXIMA	VAZAO MÍNIMA
Histórica	1628,91	722513,97	850,01	0,52	1,19	5,04	5577,00	362,0
Yakowitz	1771,58	1281594,03	1132,08	0,64	1,50	6,89	13025,0	362,0
Treiber/Plate	1597,92	548302,27	740,47	0,46	0,97	4,59	5749,0	163,0
O'Connell/Jones	1766,48	421277,21	649,06	0,37	1,44	7,64	7864,0	549,0
Kelman	1744,0	669652,87	818,32	0,46	0,99	4,31	6371,0	116,0

continua...

Tabela 4.2 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em São José da Barra.

FEVEREIRO

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	1677,64	609581,04	780,76	0,47	0,60	3,38	4572,0	340,0
Yakowitz	1985,08	1064773,36	1031,88	0,52	0,86	4,55	11006,0	340,0
Treiber/Plate	1606,52	442628,36	665,30	0,41	0,90	4,37	5343,0	218,0
O'Connell/Jones	1875,83	386331,86	621,56	0,33	1,27	6,48	7142,0	566,0
Kelman	1741,56	711916,48	843,75	0,48	1,19	5,68	7619,0	216,0

MARÇO

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	1538,38	571563,28	756,02	0,49	1,90	9,14	5948,0	500,0
Yakowitz	1976,27	1299877,36	1140,12	0,58	1,16	5,02	11441,0	500,0
Treiber/Plate	1464,61	373075,67	610,80	0,42	0,86	4,19	4704,0	84,0
O'Connell/Jones	1710,96	436558,96	660,73	0,39	2,05	10,97	7937,0	591,0
Kelman	1469,35	503404,94	709,51	0,48	0,97	4,49	6090,0	176,0

continua...

Tabela 4.2 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em São

José da Barra.

ABRIL

ESTATÍSTICOS SÉRIES	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIA- ÇÃO	CF. ASSIMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	988,29	117765,54	343,17	0,35	1,10	5,42	2750,0	384,0
Yakowitz	1290,69	314552,20	560,85	0,43	1,24	6,75	6028,0	384,0
Treiber/Plate	1004,90	220119,87	469,17	0,47	1,09	4,93	4082,0	71,0
O'Connell/Jones	1209,27	158219,51	397,77	0,33	2,33	13,10	5583,0	587,0
Kelman	925,81	266656,31	516,39	0,56	1,21	5,13	4369,0	94,0

Tabela 4.2 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em São José da Barra.

go de todos os anos das séries. Uma avaliação feita de forma geral, mostra que o modelo KELMAN é novamente o que melhor se apresenta em termos de médias, desvios padrões e coeficientes de variação mensais, vindo logo a seguir o modelo TREIBER/PLATE. Note-se que todos os modelos tiveram dificuldades na reprodução dos coeficientes de assimetria e kurtosis, ainda que em geral, não sejam produzidos valores absurdos. Para os valores mínimos, vê-se que o comportamento dos modelo YAKOWITZ e O'CONNELL/JONES, pode ser considerado como característico, isto é, geram valores mínimos maiores que o mínimo histórico.

4.4.2 - Gráficos Comparativos

As Figuras de 4.2 a 4.5, fazem comparações visuais entre a série histórica e as séries geradas. Os gráficos mostram com linha cheia o que foi obtido sobre a série histórica e com a linha tracejada o que foi obtido sobre a série gerada. Foram escolhidas as seguintes variáveis:

- vazão média diária;
- desvio padrão diário.

Pode-se notar, que com exceção do resultado do modelo YAKOWITZ, que mostra um desvio padrão diário muito variável, os demais modelos estão bem. Essa variabilidade no desvio padrão do modelo YAKOWITZ, pode ser atribuída ao processo de geração do modelo, que foi descrito no Capítulo III.

As Figuras de 4.6 até 4.10, constam de histogramas de frequência sobre o registro de vazões diárias. Nesses histogramas, apenas o modelo O'CONNELL/JONES desvia-se acentuadamente do histograma de frequência histórico e os outros modelos praticamente reproduzem a frequência histórica.

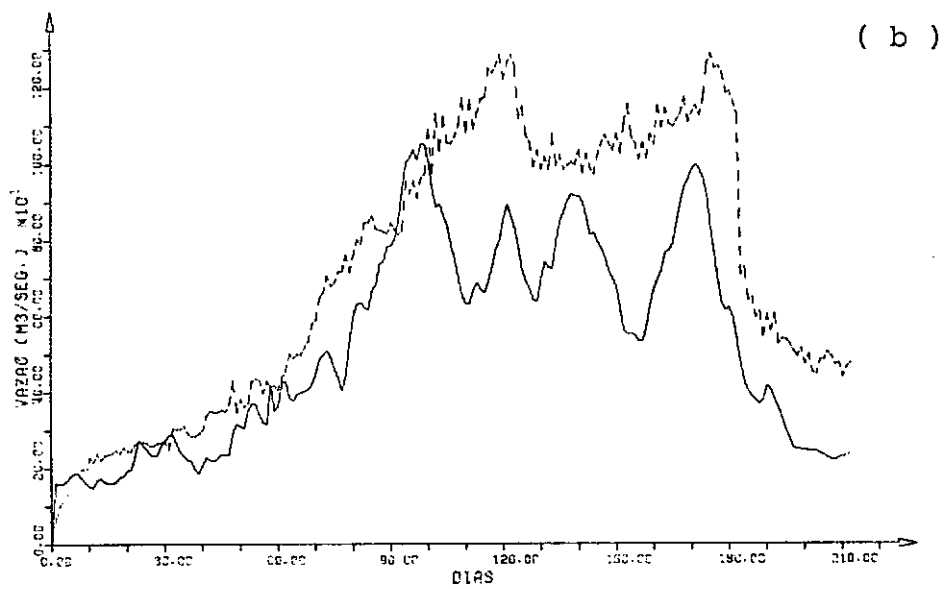
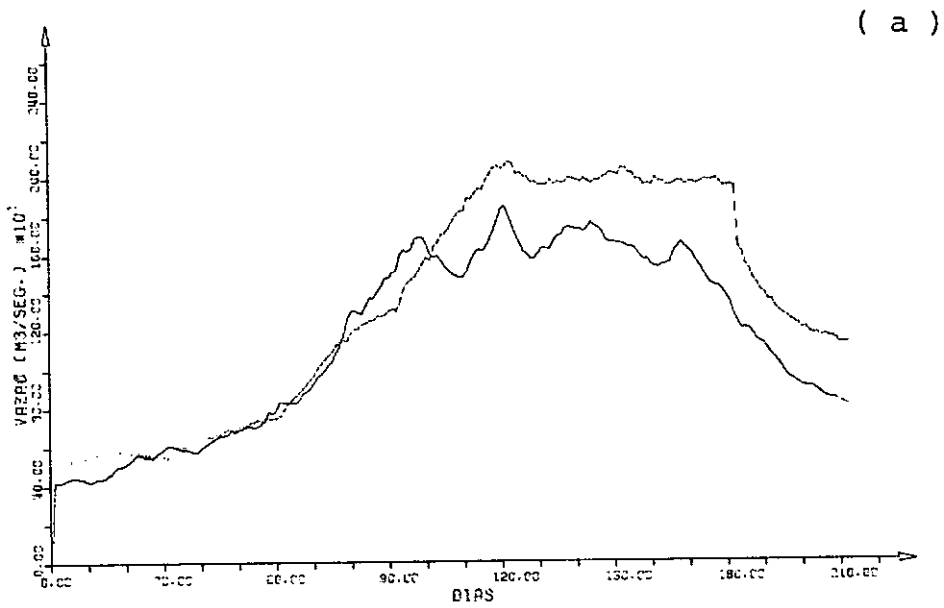
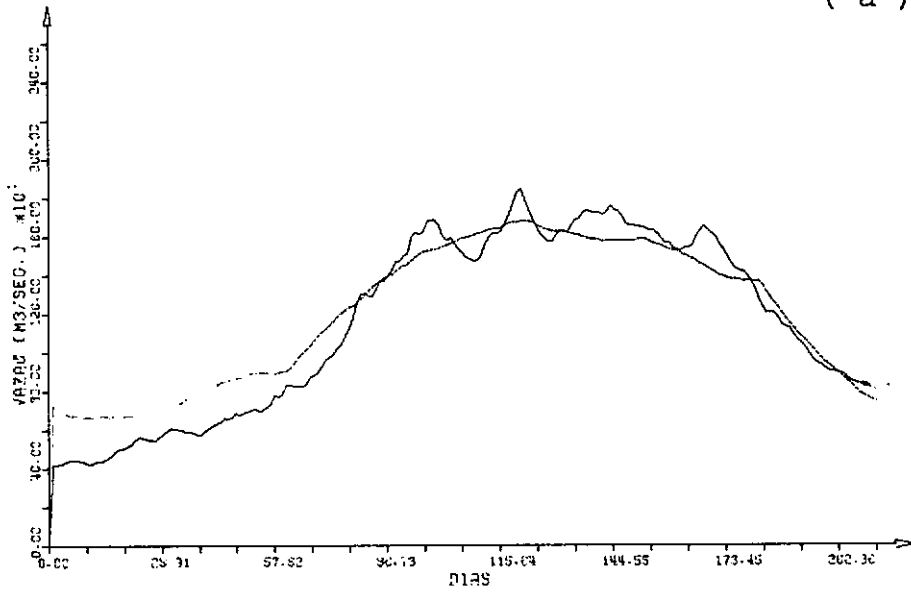


Figura 4.2 - Modelo Yakowitz - vazão média diária (a) e desvio padrão diário (b), em São José da Barra.

(a)



(b)

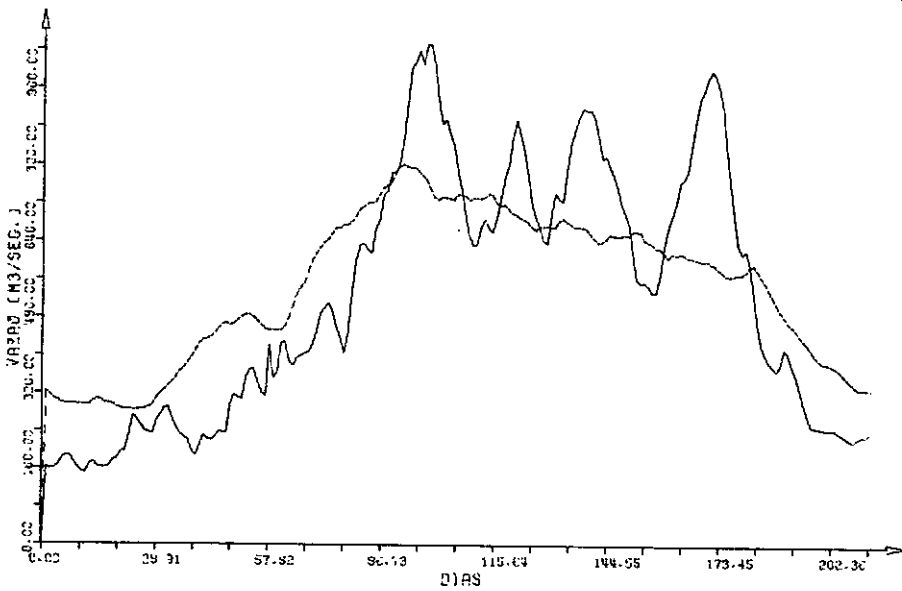


Figura 4.3 - Modelo Treiber/Plate - vazão média diária (a) e desvio padrão diário (b), em São José da Barra.

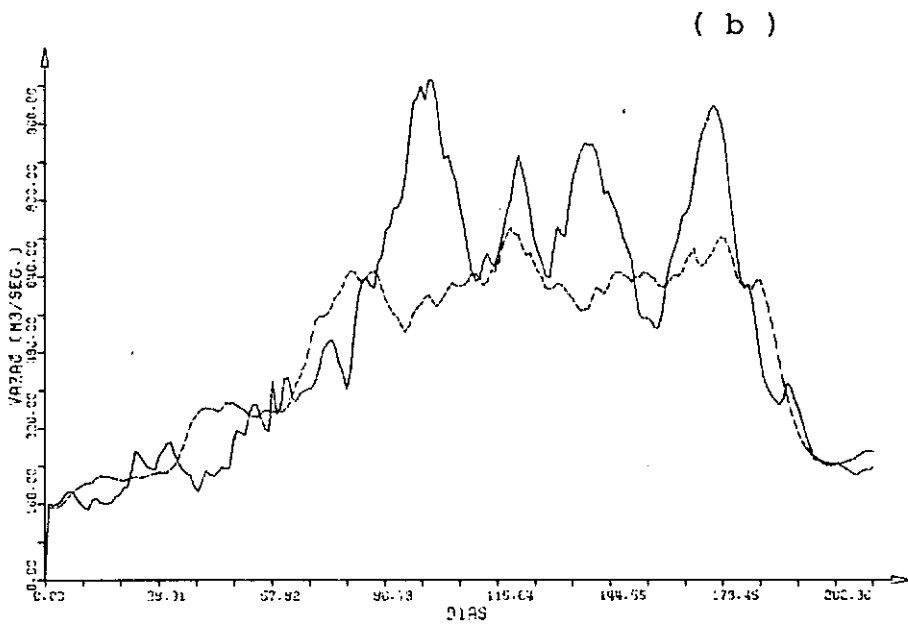
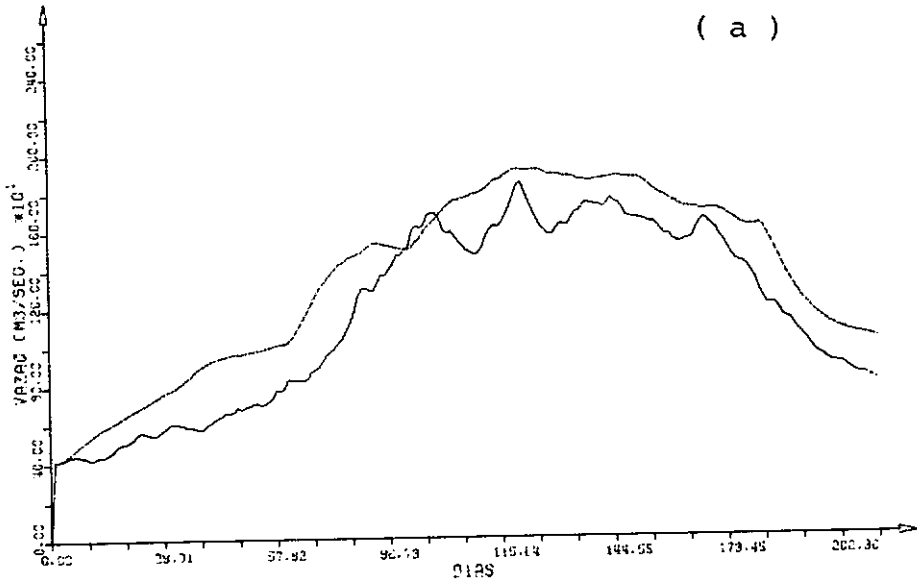


Figura 4.4 - Modelo O'Connell/Jones - vazão média diária (a) e desvio padrão diário (b), em São José da Barra.

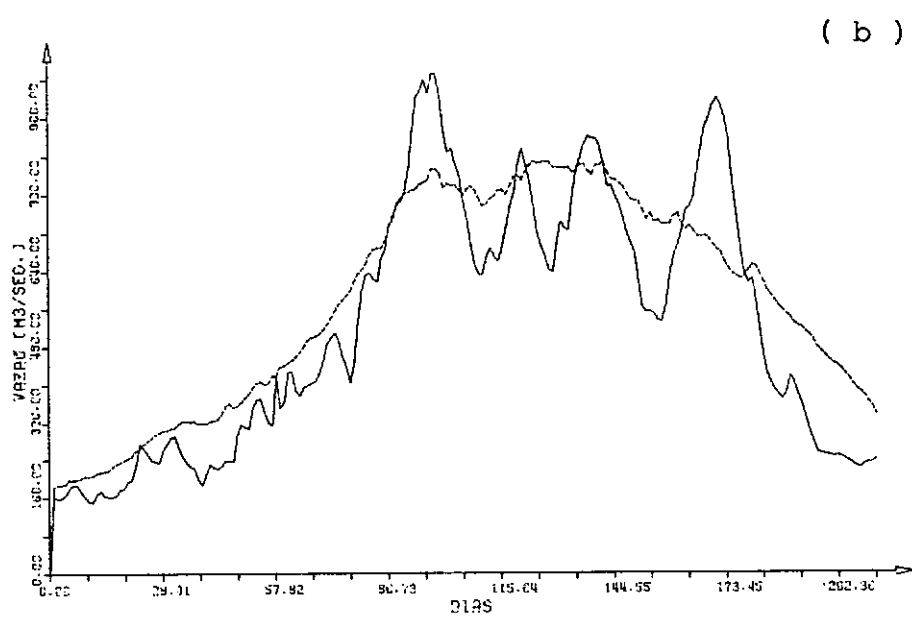
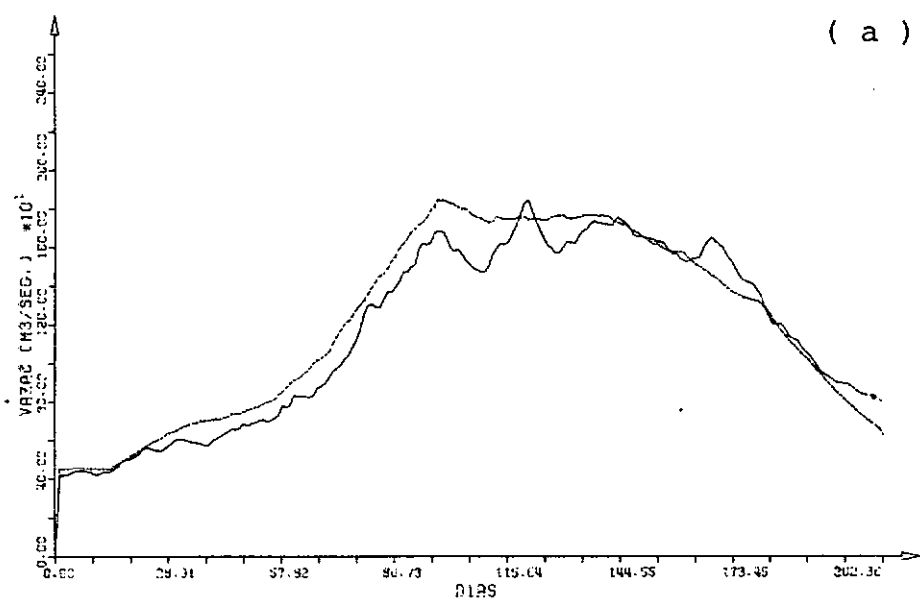


Figura 4.5 - Modelo Kelman - vazão média diária (a) e desvio padrão diário (b), em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

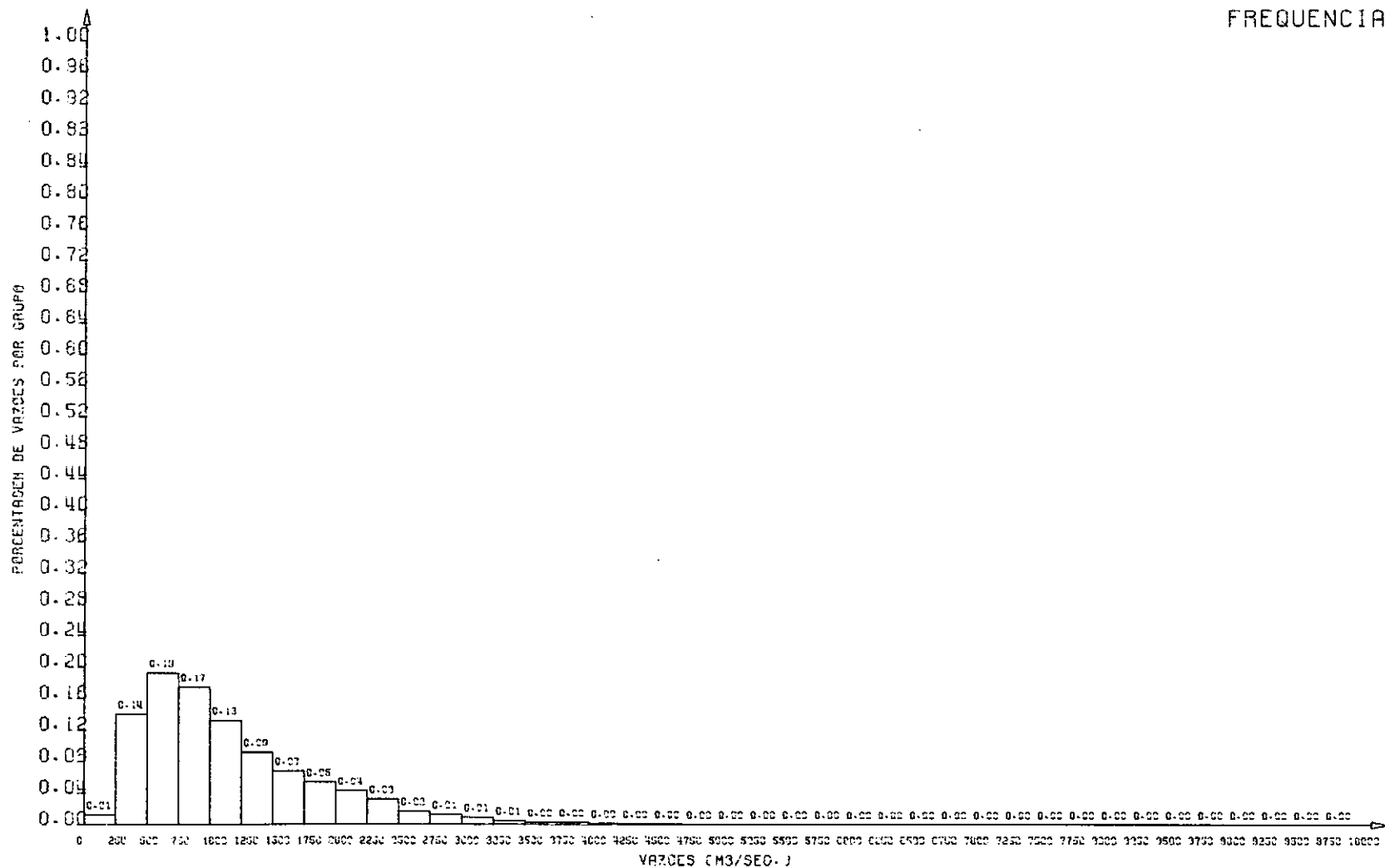


Figura 4.6 - Histograma de frequência das vazões diárias - série histórica, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

121

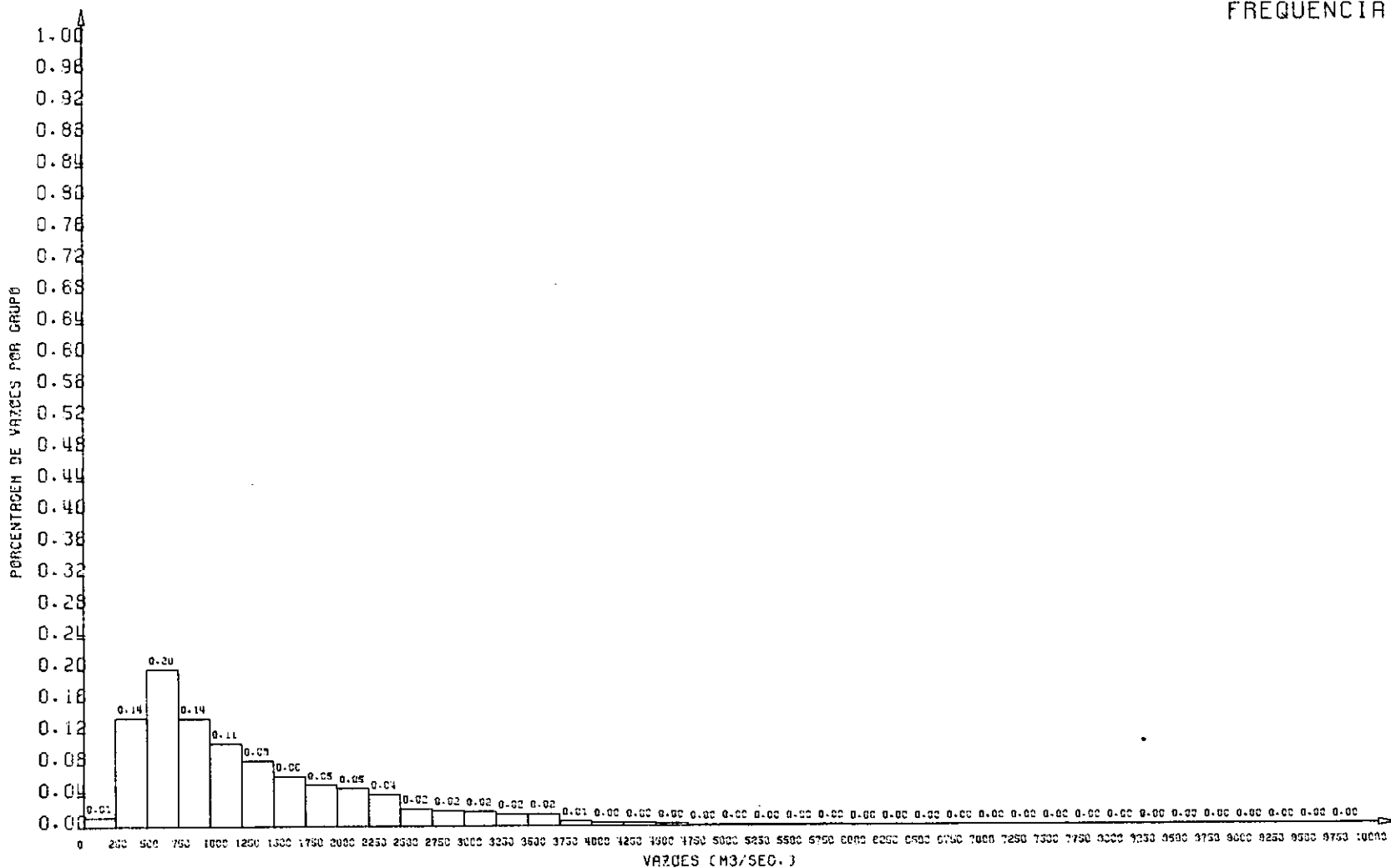


Figura 4.7 - Histograma de frequência das vazões diárias - série Yakowitz, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

122

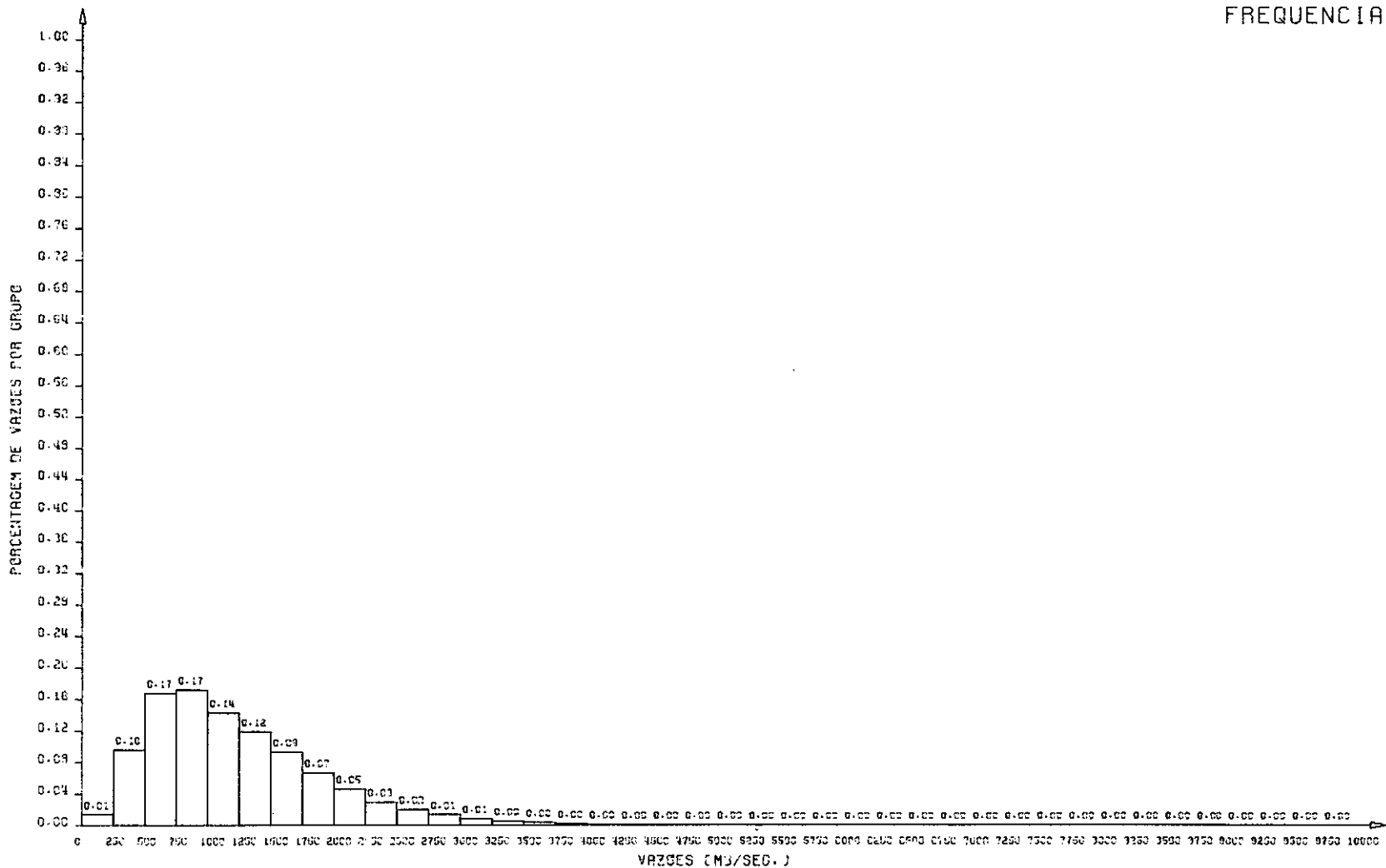
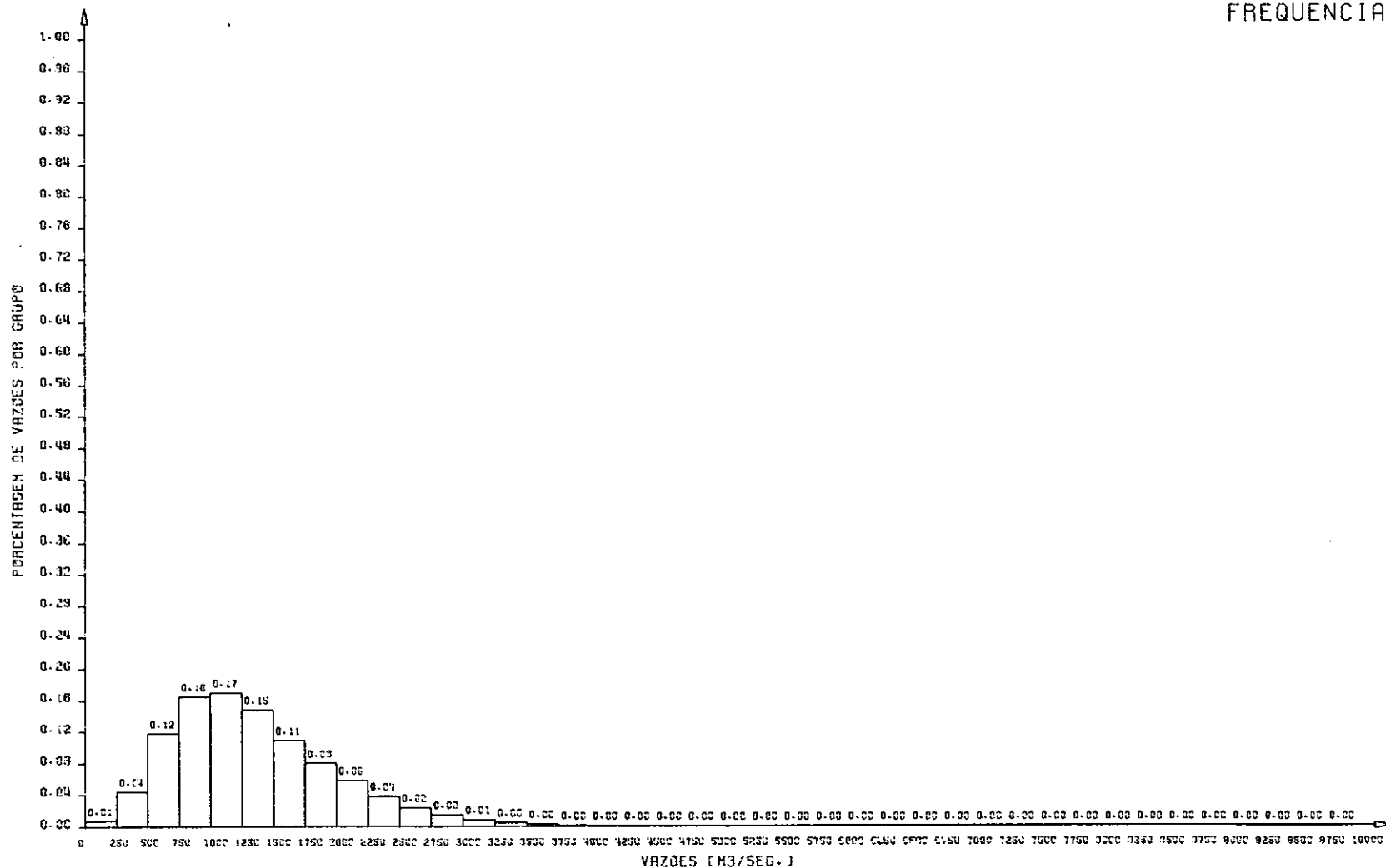


Figura 4.8 - Histograma de frequência das vazões diárias - série Treiber/Plate, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

123

Figura 4.9 - Histograma de frequência das vazões diárias - série O'Connell/Jones em São José da Barra.



HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

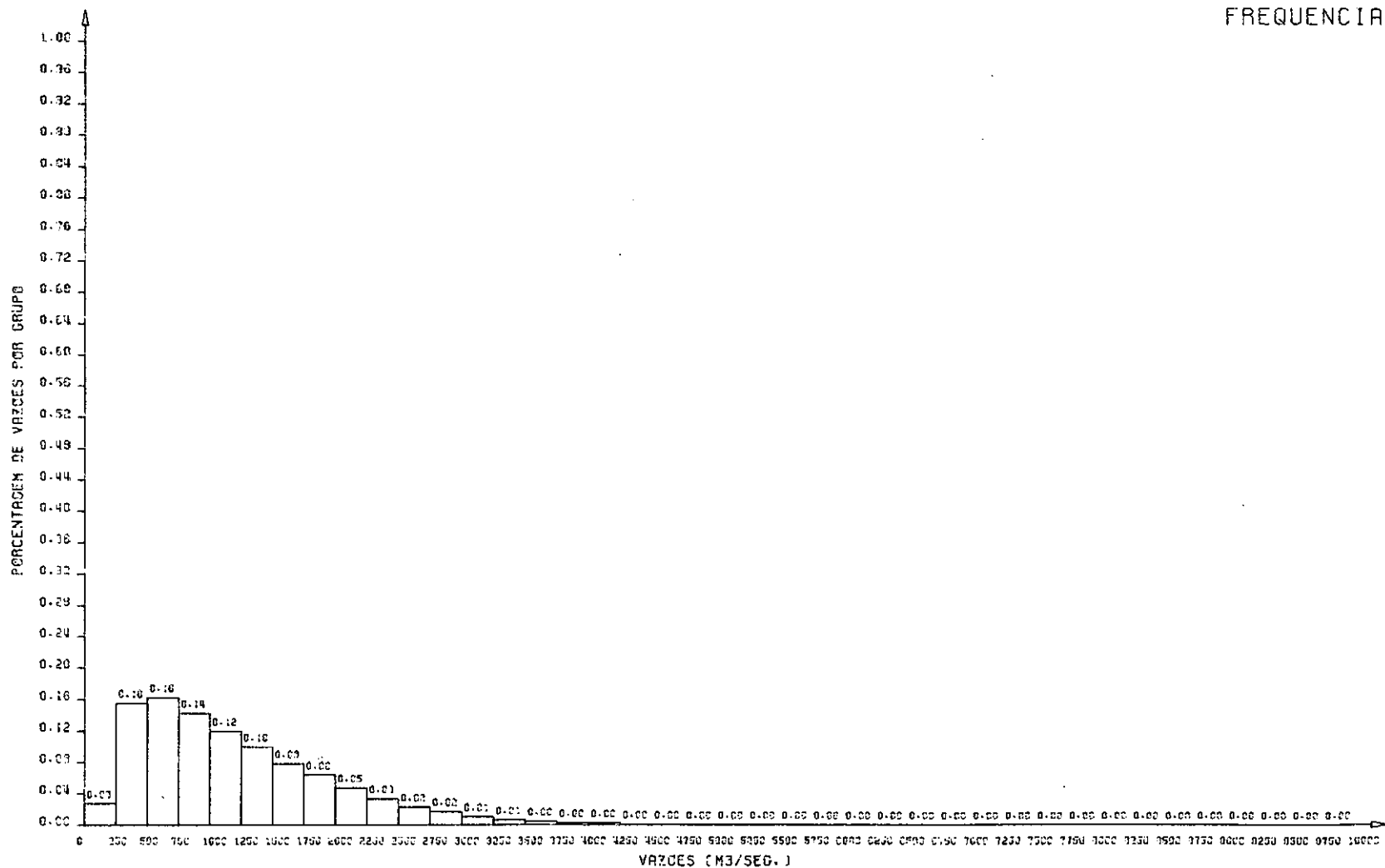


Figura 4.10 - Histograma de frequência das vazões diárias - São José da Barra.

Foram também traçados os histogramas de frequência mensais, para as séries histórica e geradas, Figuras 4.11 até 4.30, mas só serão apresentados os histogramas dos meses de dezembro, janeiro, fevereiro e março, que são os que possuem as maiores vazões.

Um estudo comparativo desses histogramas é apresentado na Tabela 4.3 que classifica o desempenho do modelo quanto à reprodução dos histogramas de frequência históricos.

MODELOS \ MESES	DEZEMBRO	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO
Yakowitz	regular	bom	excelente	mau
Treiber/Plate	regular	excelente	bom	bom
O'Connell/Jones	mau	mau	mau	mau
Kelman	regular	bom	excelente	bom

Tabela 4.3 - Desempenho dos modelos quanto à reprodução dos histogramas mensais históricos, em São José da Barra.

A avaliação do desempenho foi feita de forma visual, o que é sem dúvida, bastante subjetivo, mas que entretanto não invalida a comparação.

Da Tabela 4.3 tem-se que os modelos YAKOWITZ, TREIBER/PLATE e KELMAN apresentam um bom desempenho e que o modelo O'CONNELL/JONES não reproduz os histogramas históricos.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

126

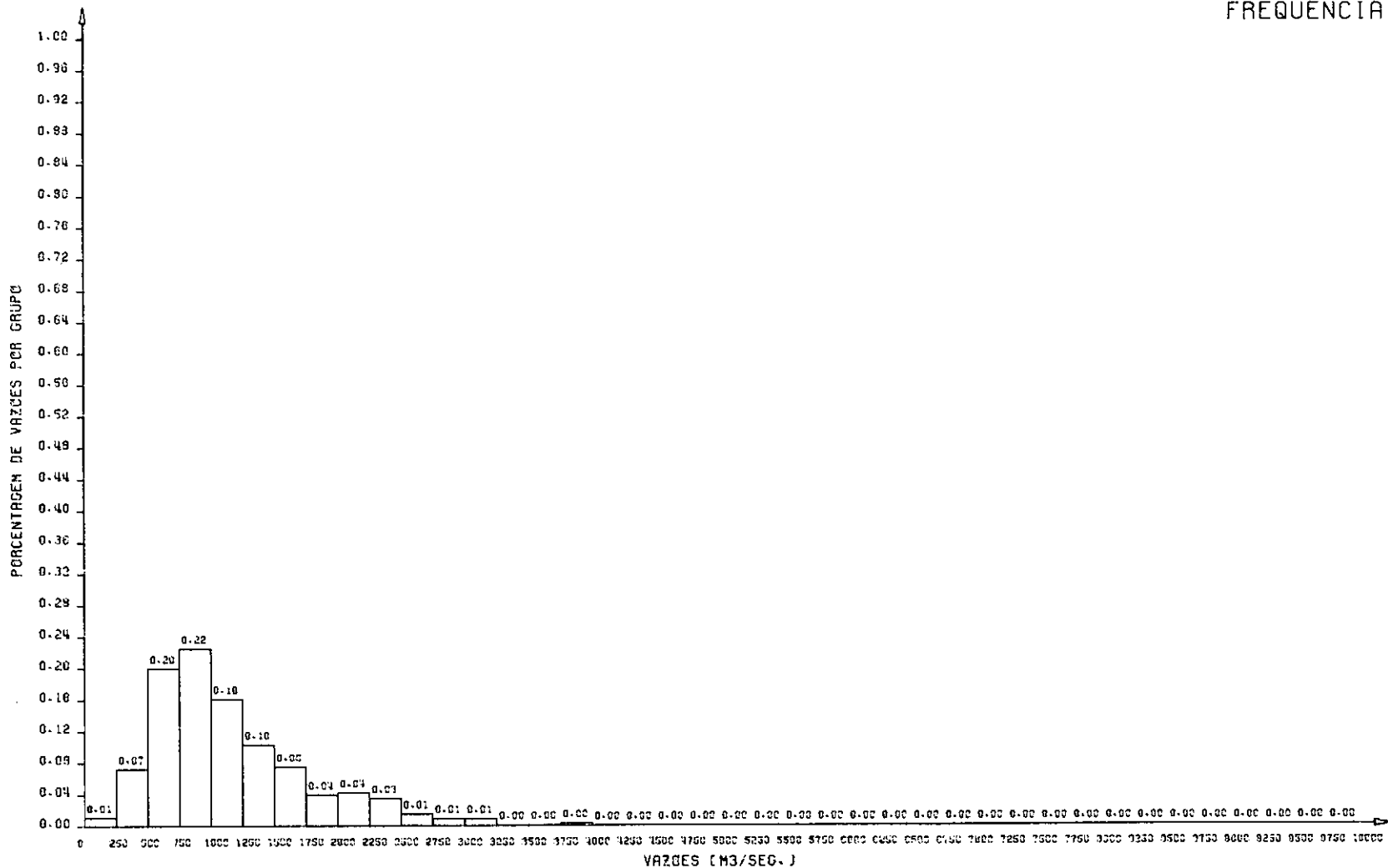


Figura 4.11 - Histograma de frequência do mês de dezembro - série histórica, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

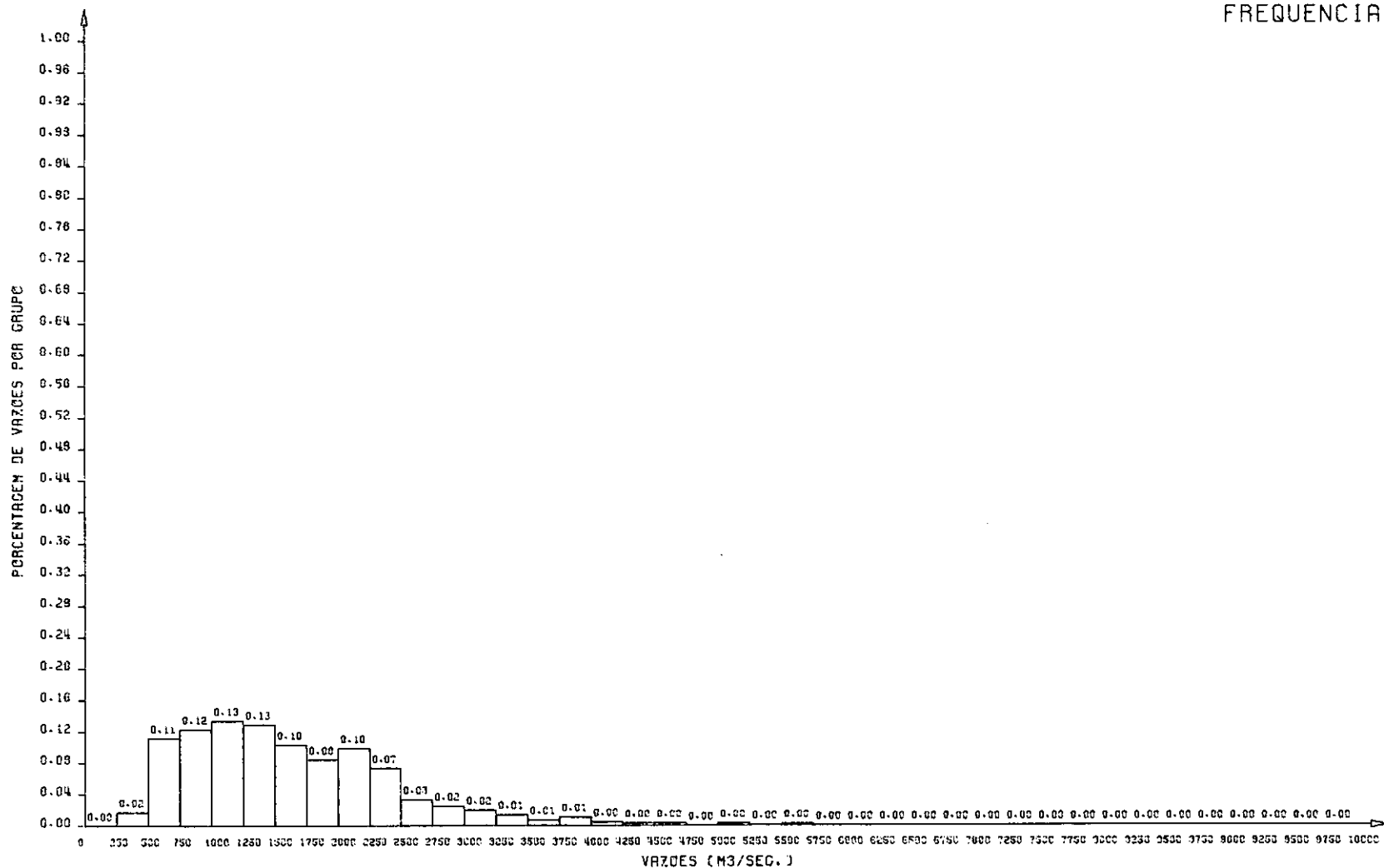


Figura 4.12 - Histograma de frequência do mês de janeiro - série histórica, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

128

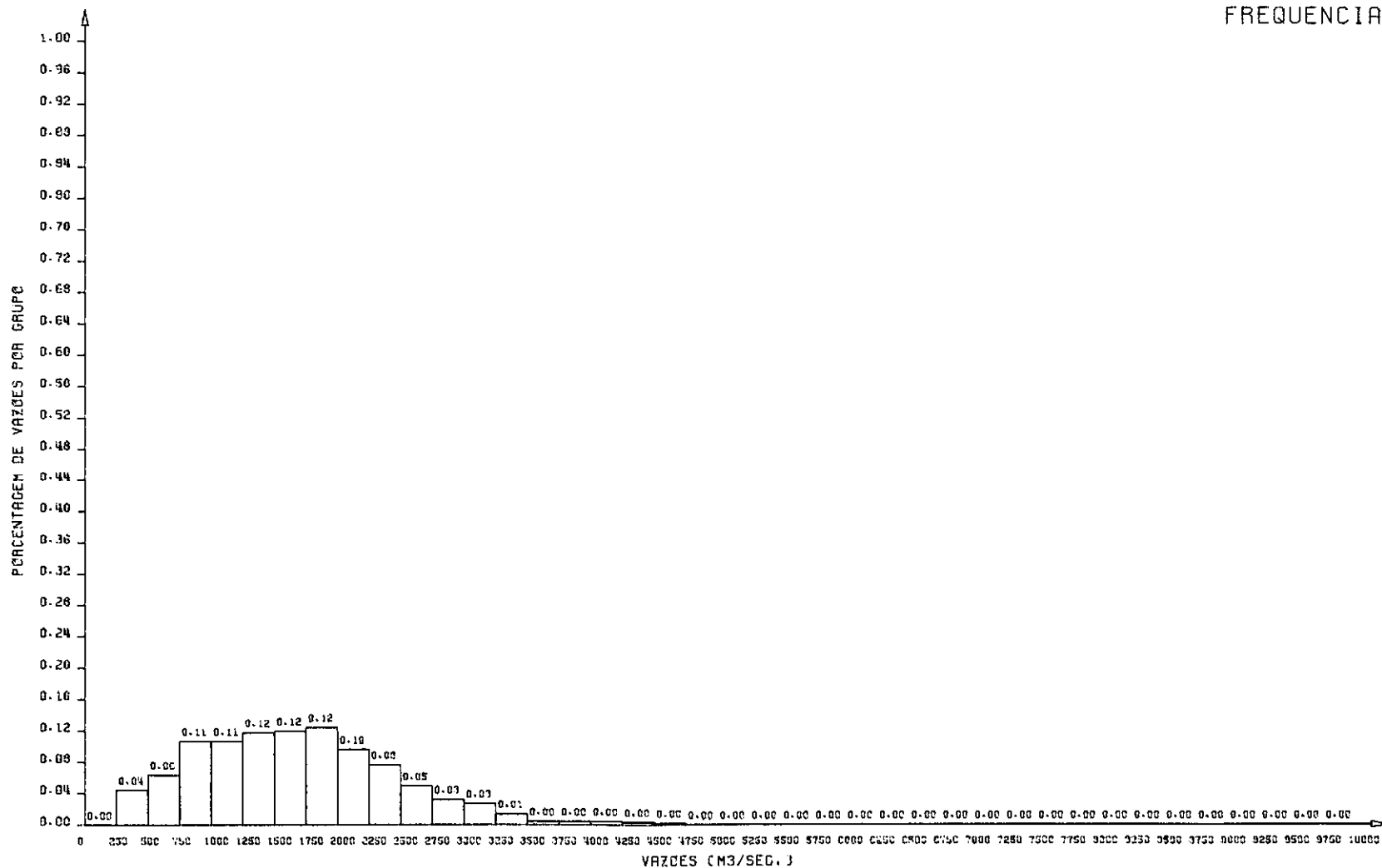


Figura 4.13 - Histograma de frequência do mês de fevereiro
série histórica, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

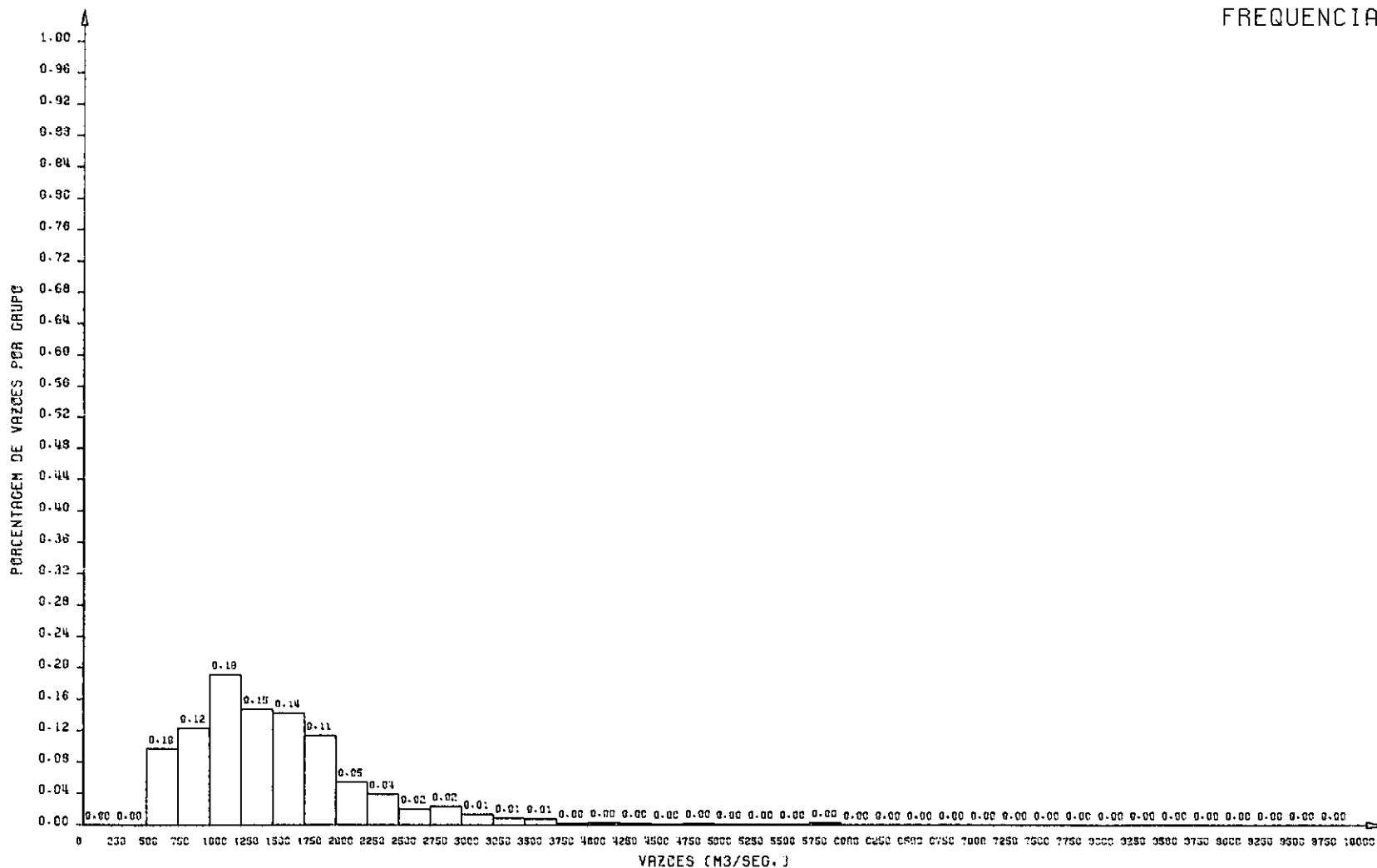


Figura 4.14 - Histograma de frequência do mês de março - Série histórica, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

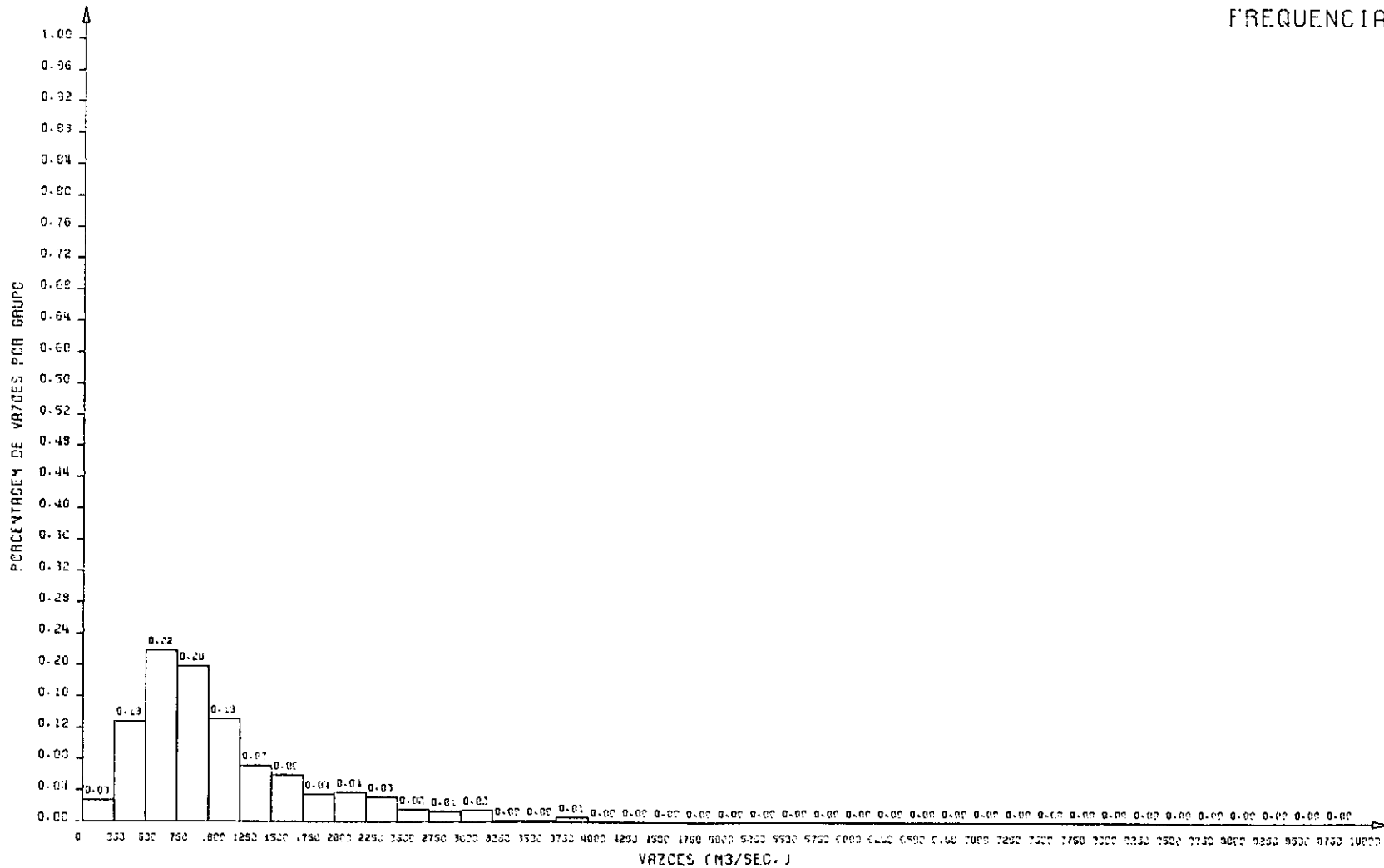


Figura 4.15 - Histograma de frequência do mês de dezembro - São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

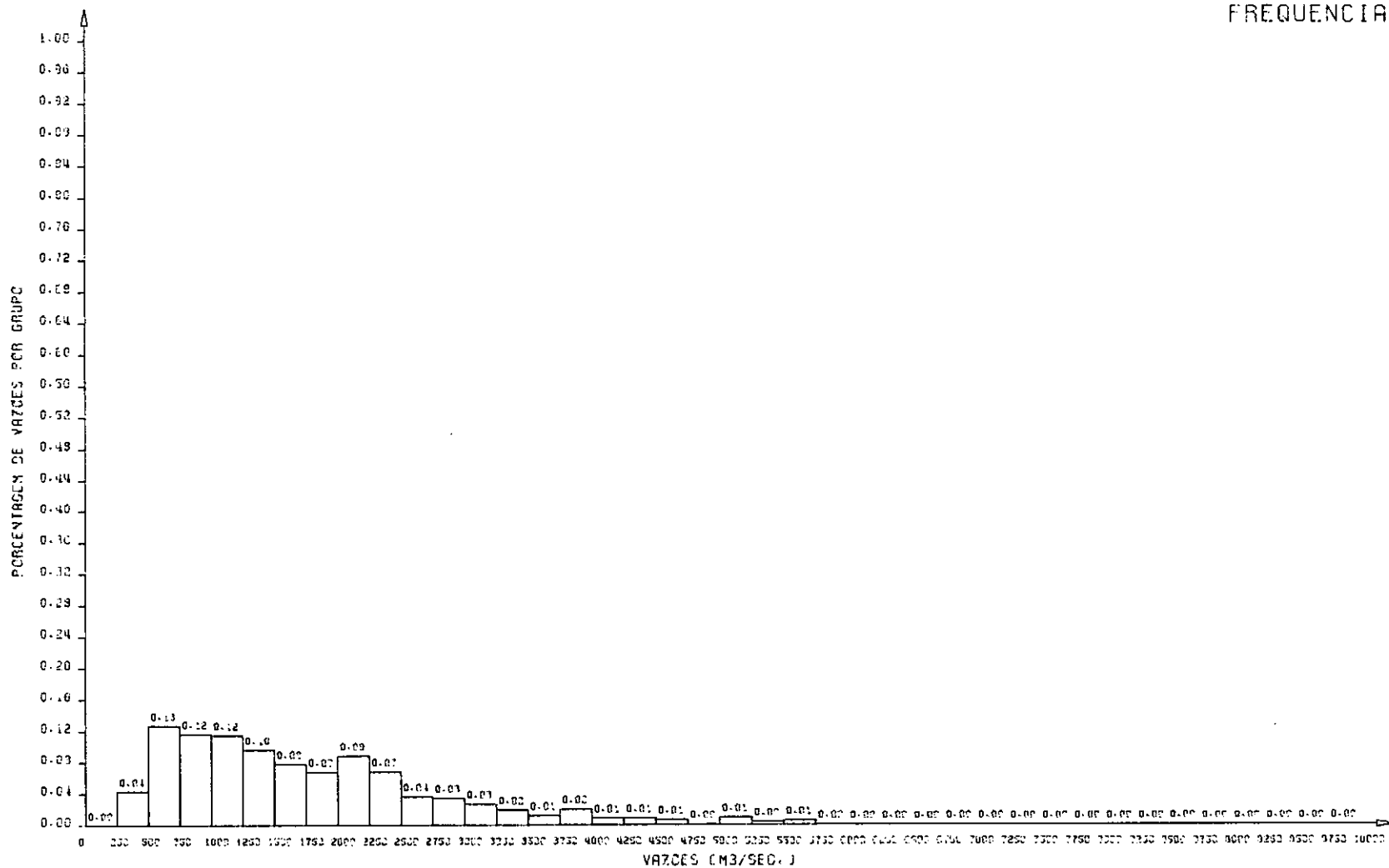


Figura 4.16 - Histograma de frequência do mês de janeiro - Série Yakowitz, em São José da Barra.

HISTOGRAMA
DE
FREQUENCIA

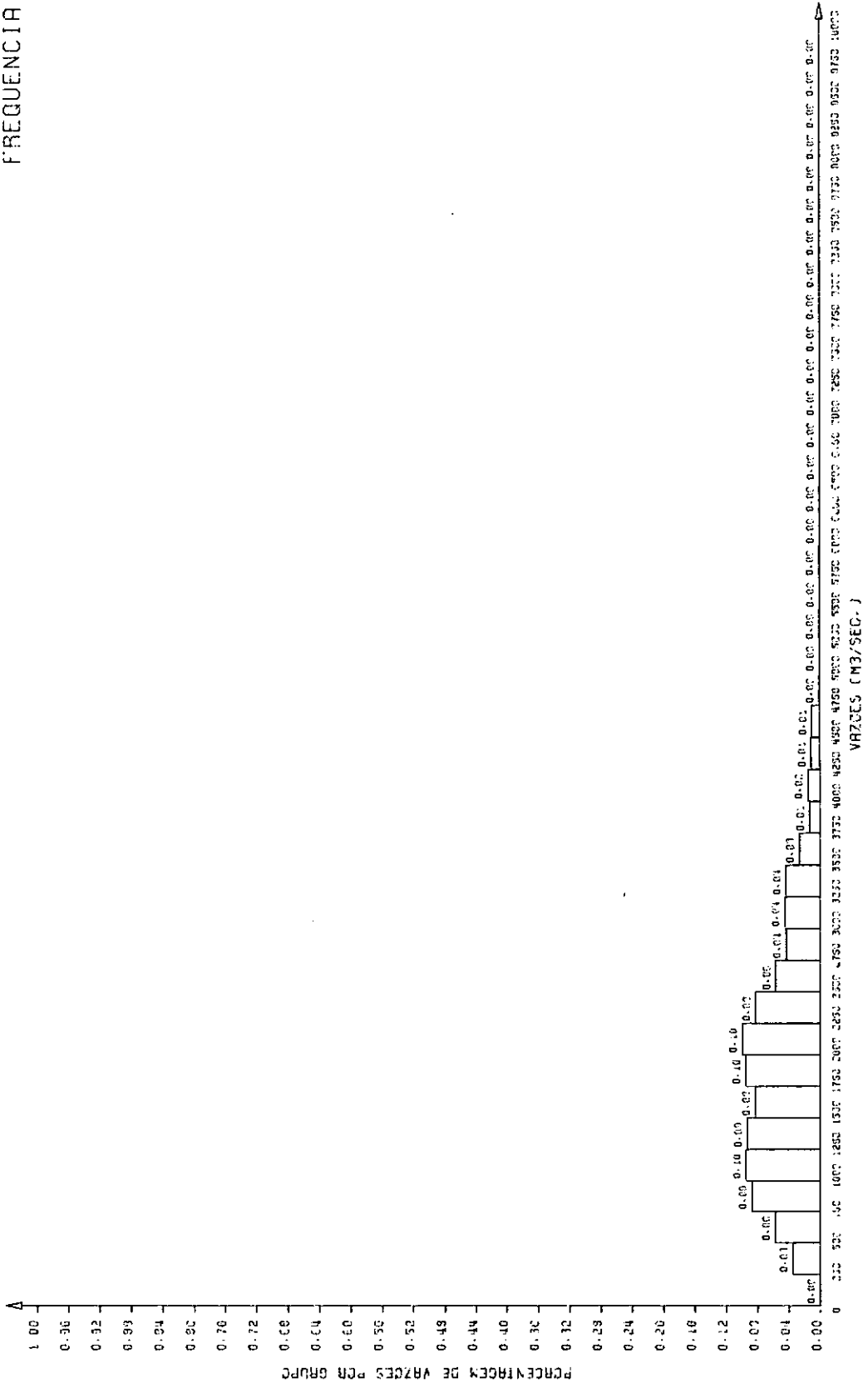


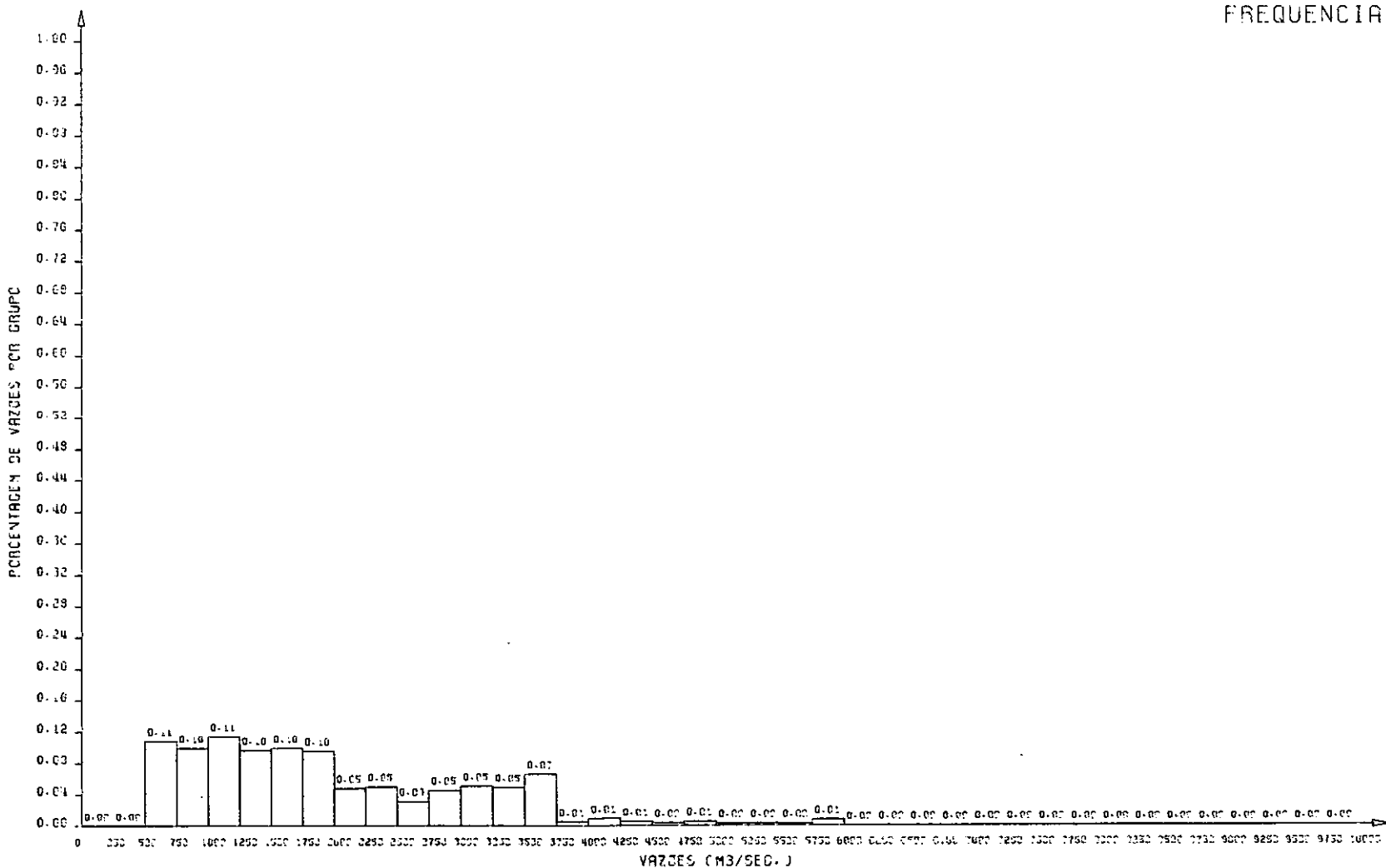
Figura 4.17 - Histograma de freqüência do mês de fevereiro -
série Yakowitz, em São José da Barra.

133

PERCENTAGEM DE VELOC. POR GRUPO

VELOC. (CM3/SEG. J)

VELOC. (CM3/SEG. J)	PERCENTAGEM DE VELOC. POR GRUPO
0-250	0.00
250-500	0.00
500-750	0.11
750-1000	0.10
1000-1250	0.11
1250-1500	0.10
1500-1750	0.10
1750-2000	0.10
2000-2250	0.05
2250-2500	0.05
2500-2750	0.03
2750-3000	0.05
3000-3250	0.05
3250-3500	0.05
3500-3750	0.07
3750-4000	0.01
4000-4250	0.01
4250-4500	0.00
4500-4750	0.00
4750-5000	0.00
5000-5250	0.00
5250-5500	0.00
5500-5750	0.00
5750-6000	0.01
6000-6250	0.00
6250-6500	0.00
6500-6750	0.00
6750-7000	0.00
7000-7250	0.00
7250-7500	0.00
7500-7750	0.00
7750-8000	0.00
8000-8250	0.00
8250-8500	0.00
8500-8750	0.00
8750-9000	0.00
9000-9250	0.00
9250-9500	0.00
9500-9750	0.00
9750-10000	0.00



HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

134

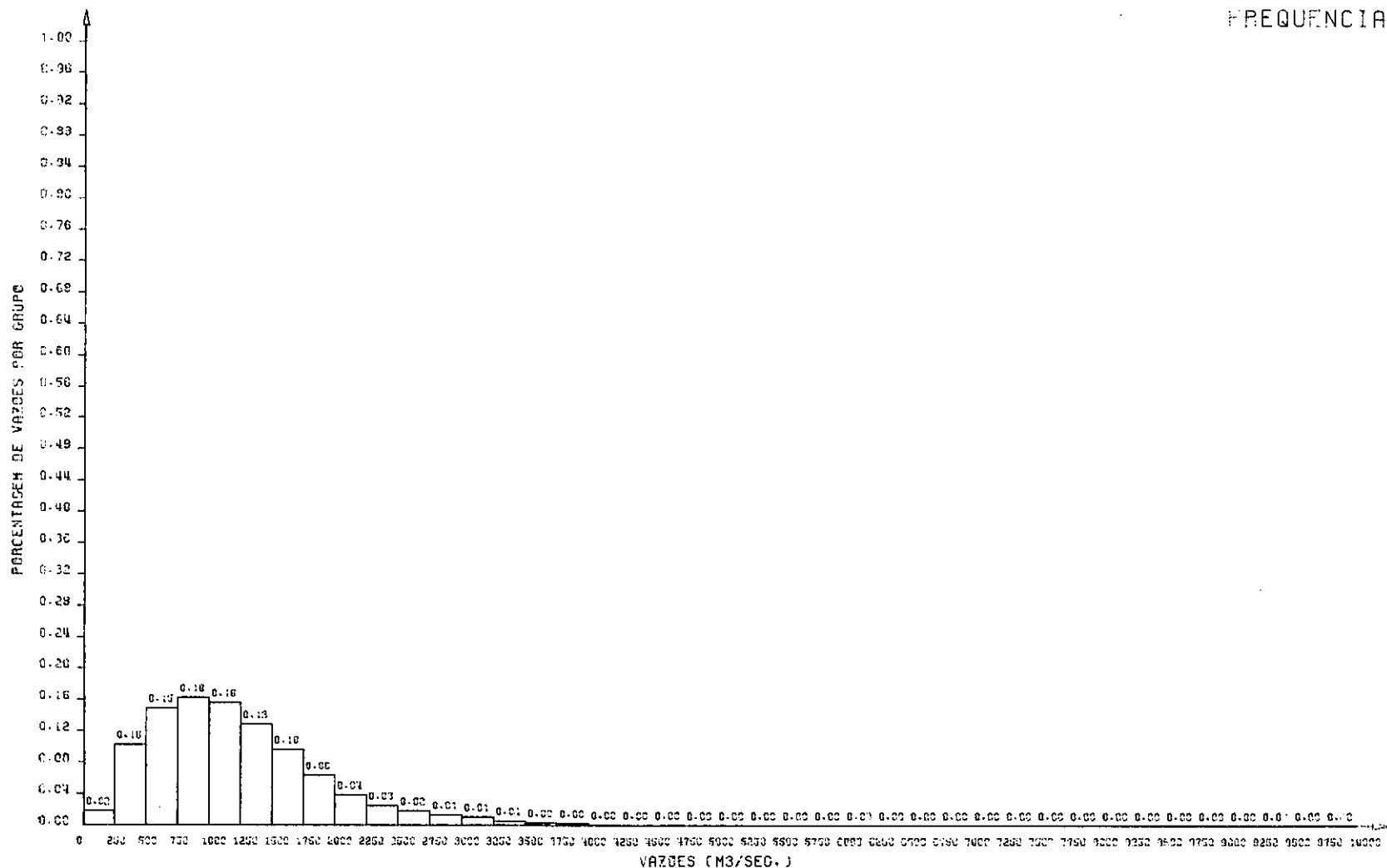


Figura 4.19 - Histograma de frequência do mês de dezembro - série Treiber/Plate, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

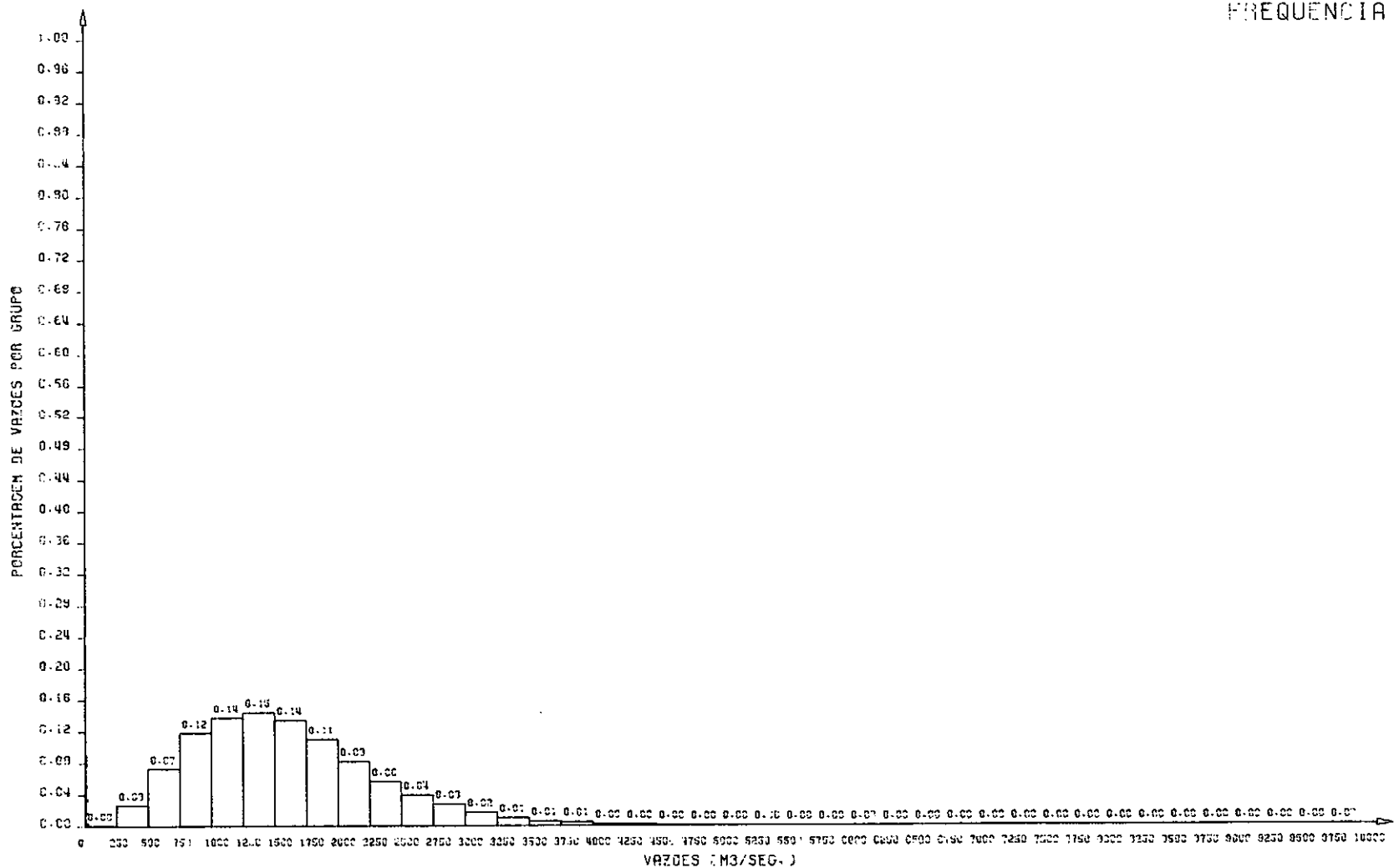


Figura 4.20 - Histograma de frequência do mês de janeiro - série Treiber/Plate, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

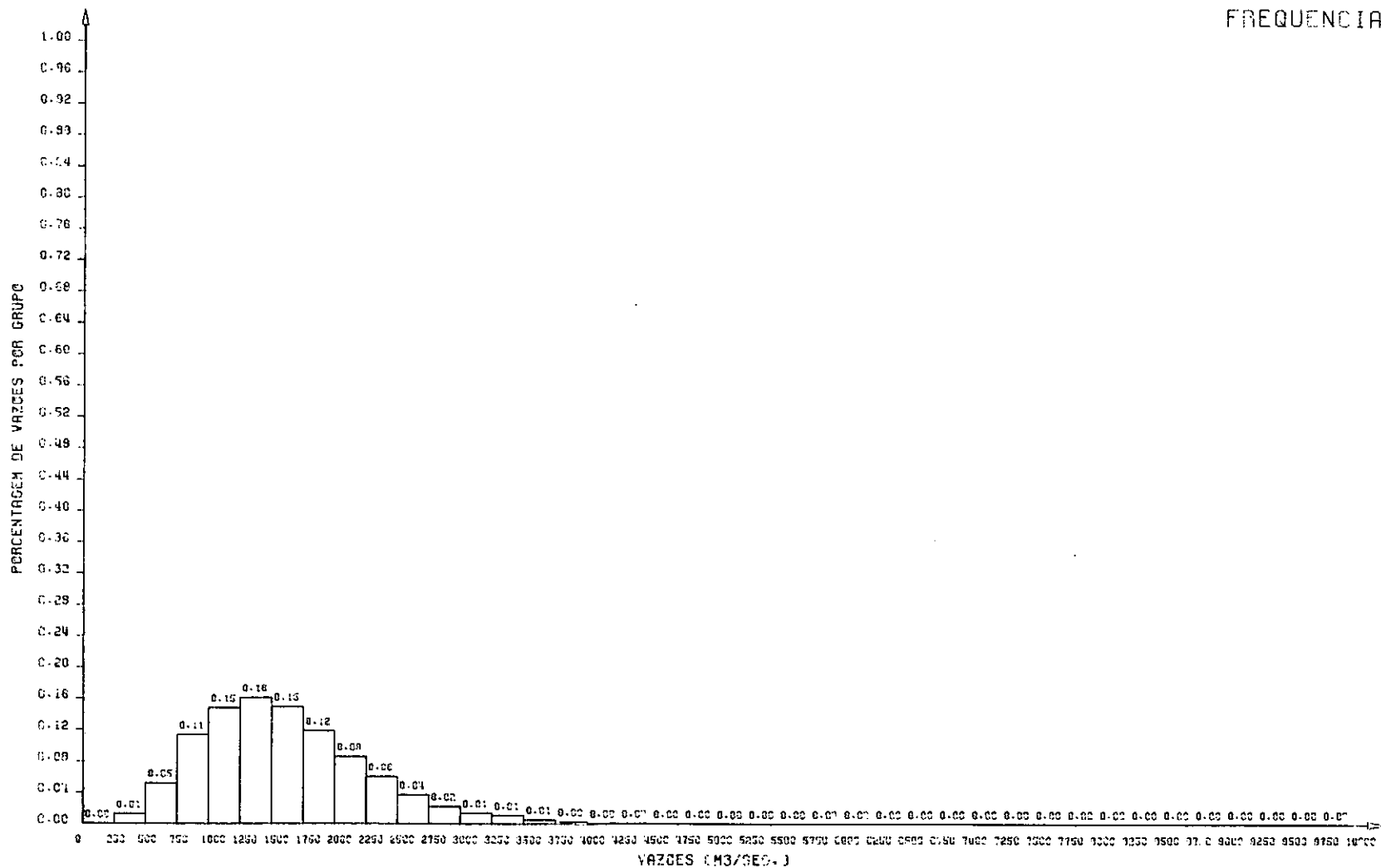


Figura 4.21 - Histograma de frequência do mês de fevereiro
série Treiber/Plate, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

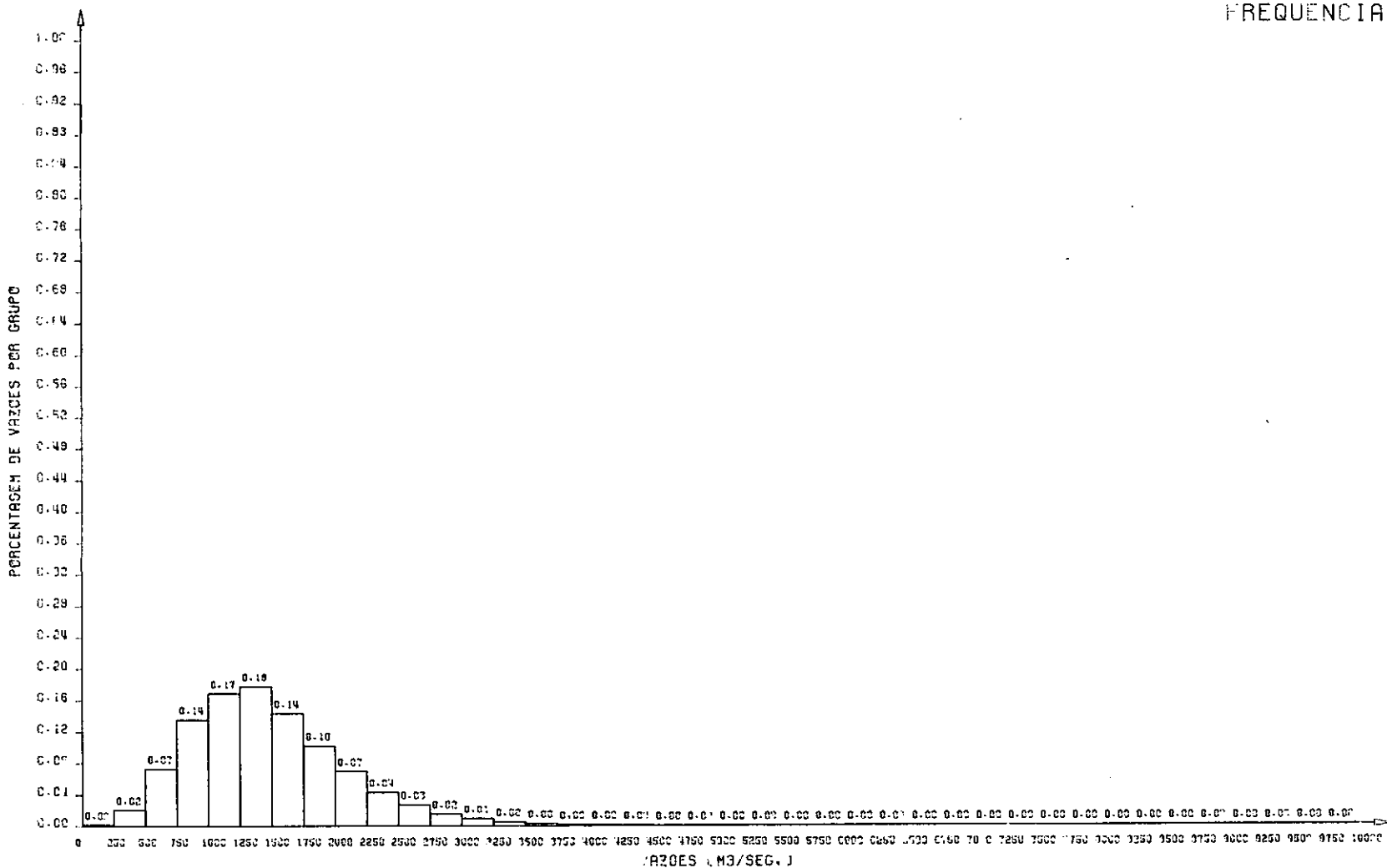


Figura 4.22 - Histograma de frequência do mês de março - Série Treiber/Plate, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

138

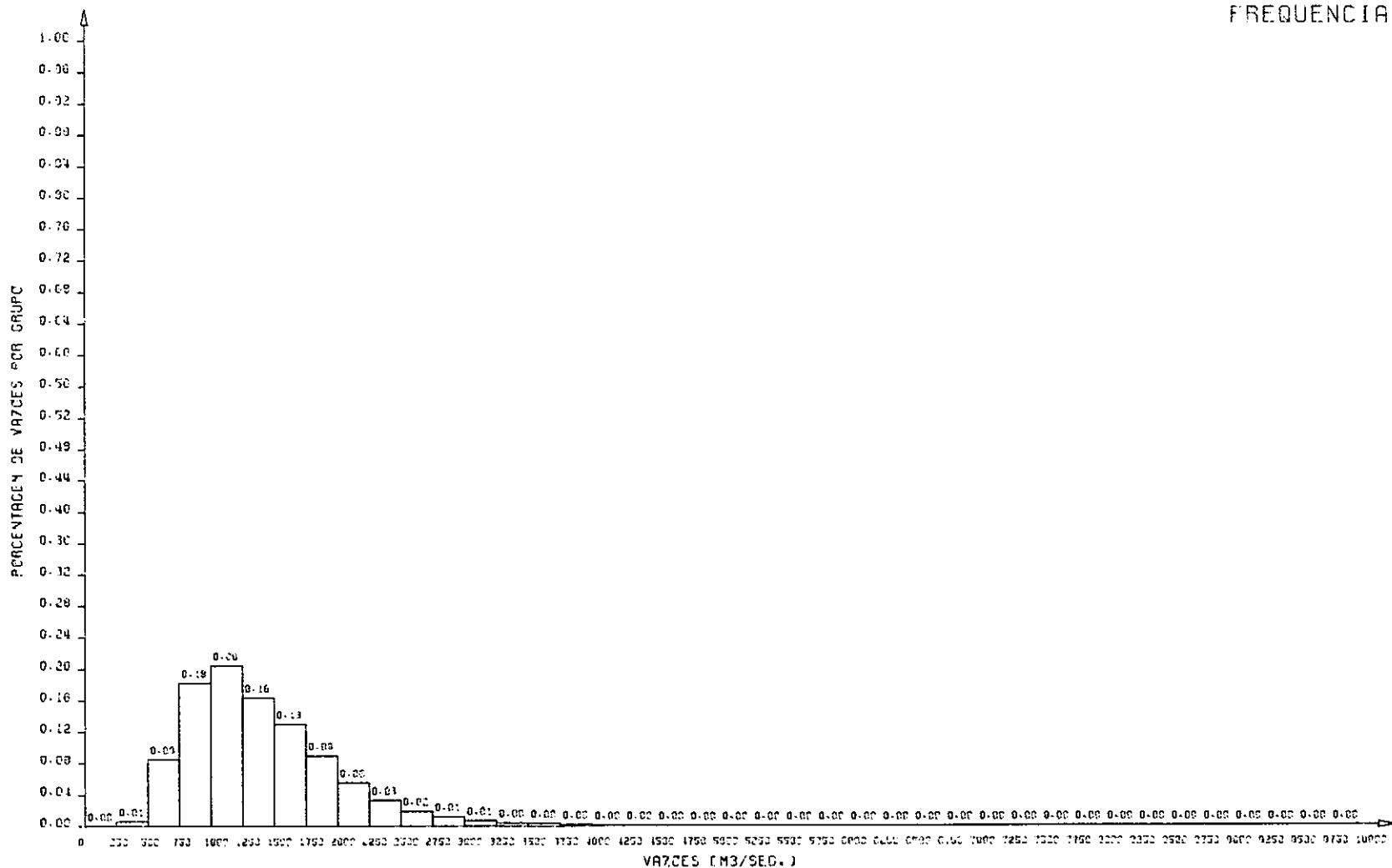


Figura 4.23 - Histograma de frequência do mês de dezembro - série O'Connell/Jones, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

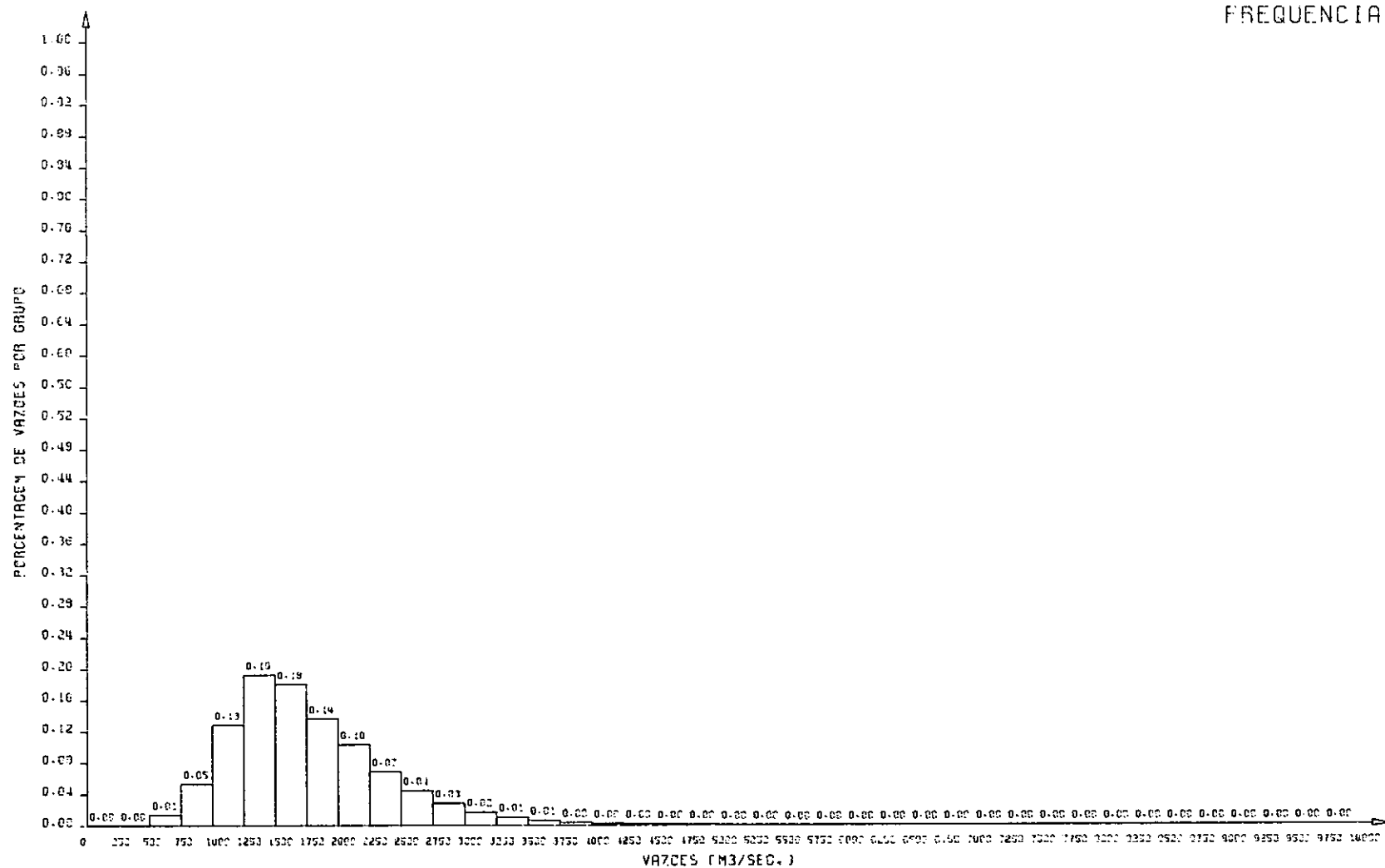
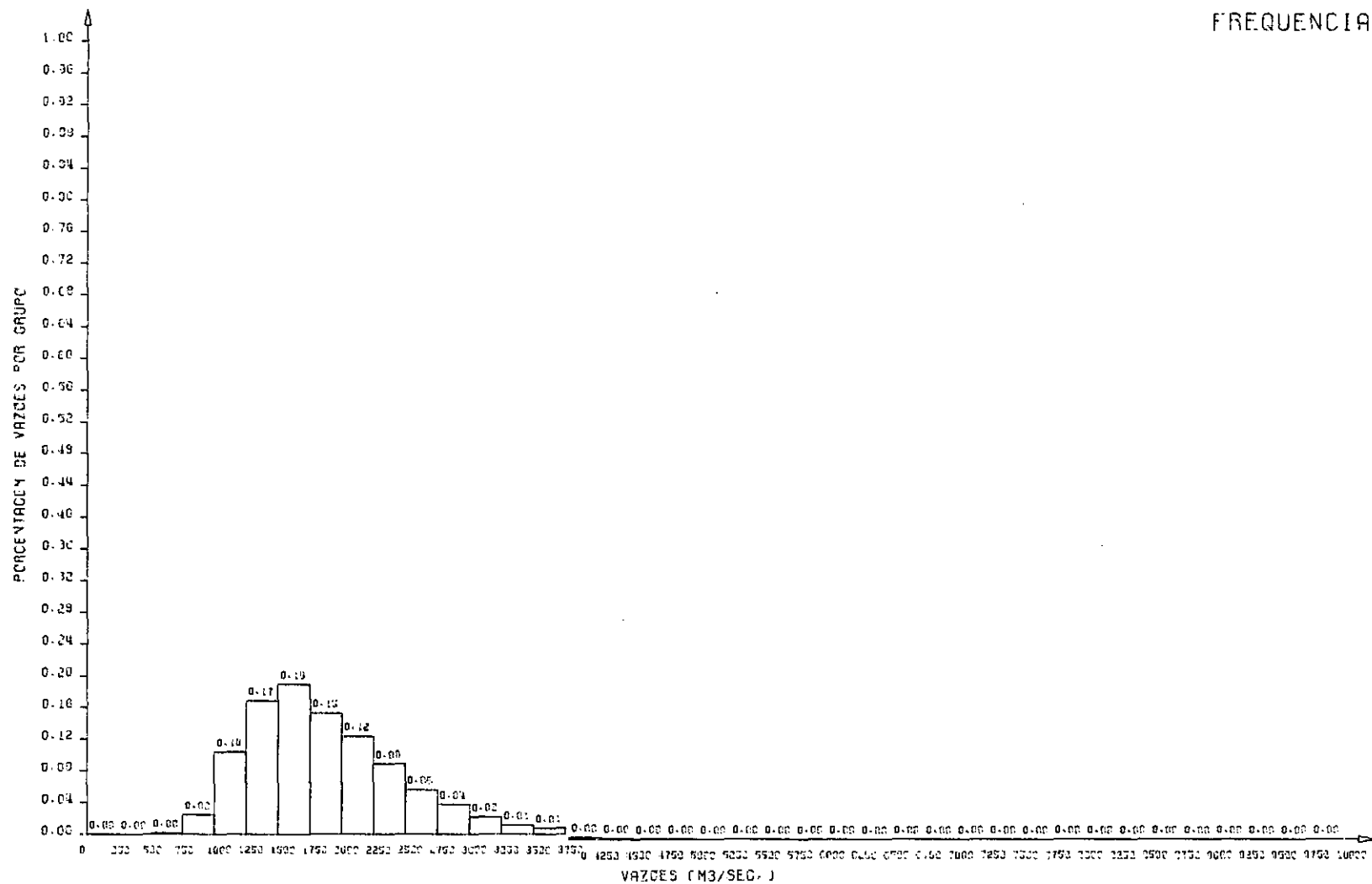


Figura 4.24 - Histograma de frequência do mês de janeiro - série O'Connell/Jones, em São José da Barra.

1



HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

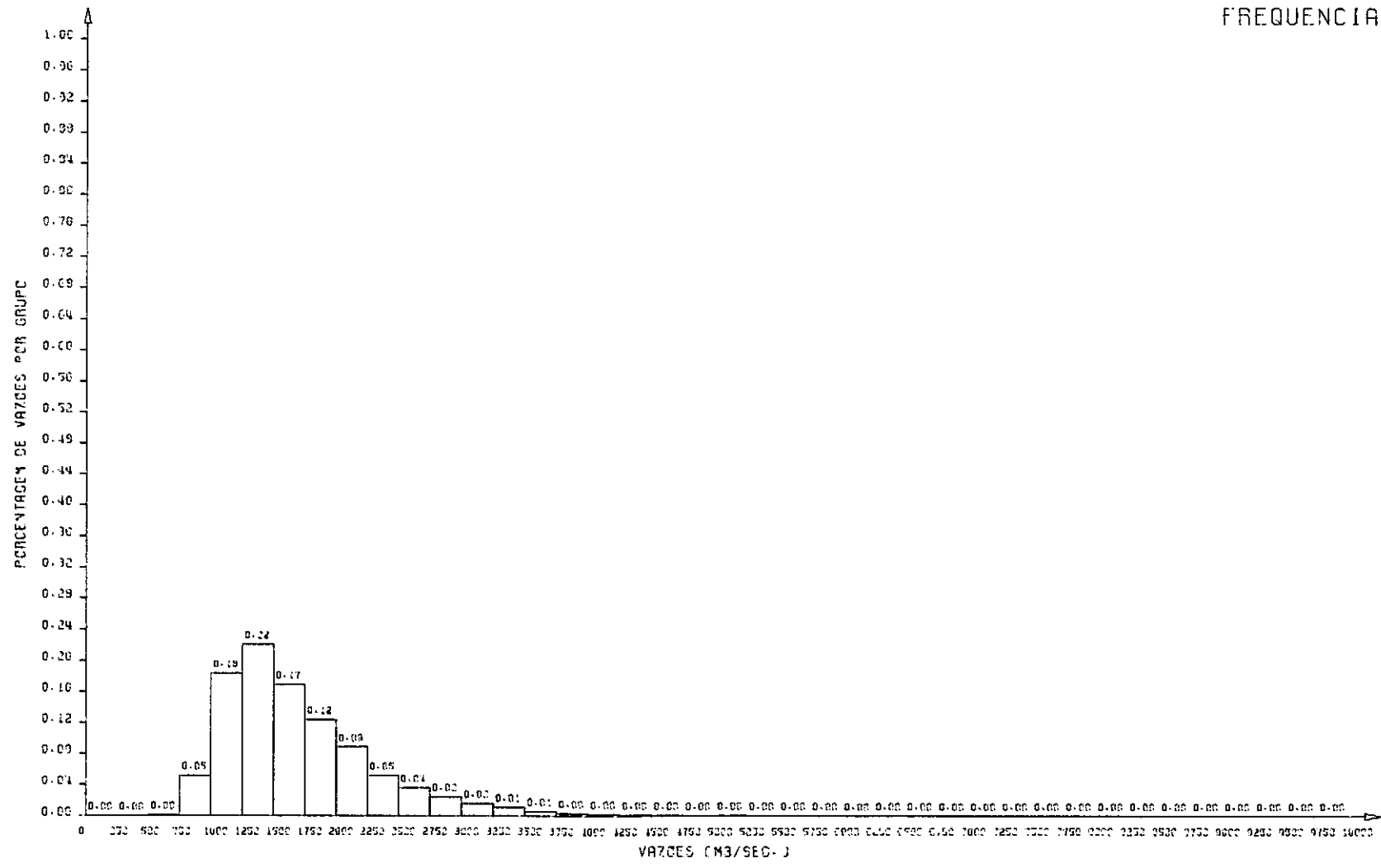


Figura 4.26 - Histograma de frequência do mês de março - série O'Connell/Jones, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

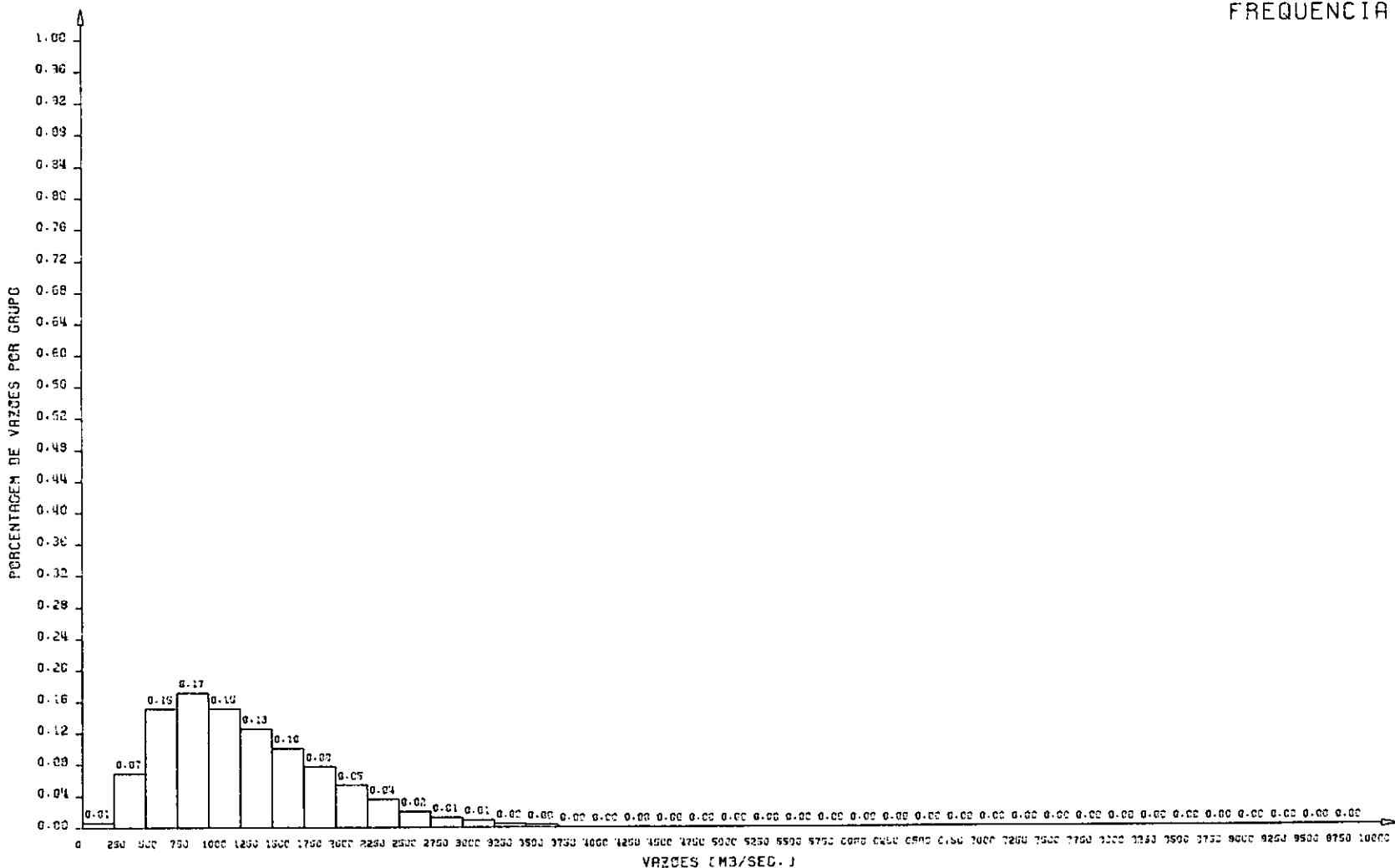


Figura 4.27 - Histograma de frequência do mês de dezembro - série Kelman, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

143

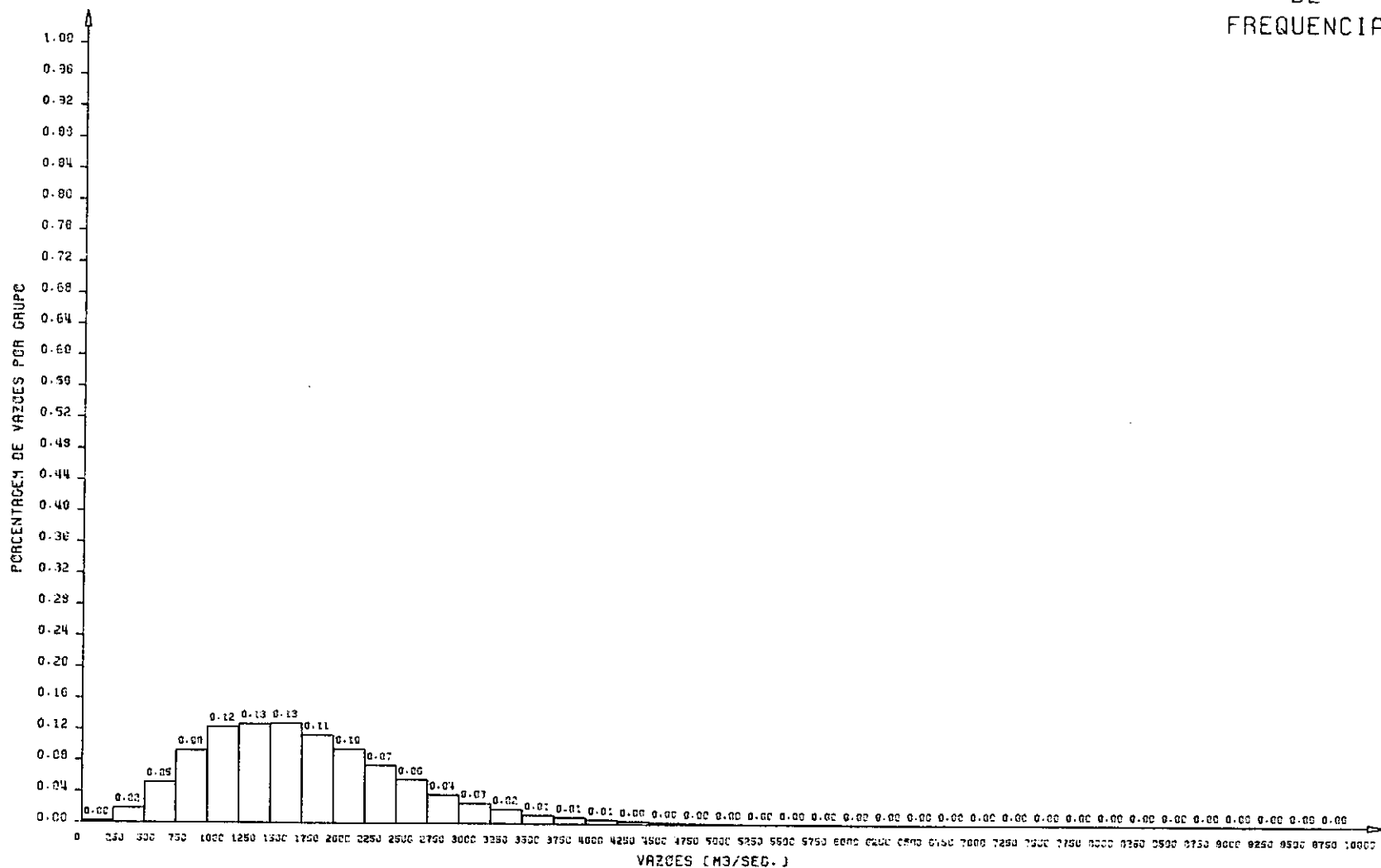


Figura 4.28 - Histograma de frequência do mês de janeiro - série Kelman, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

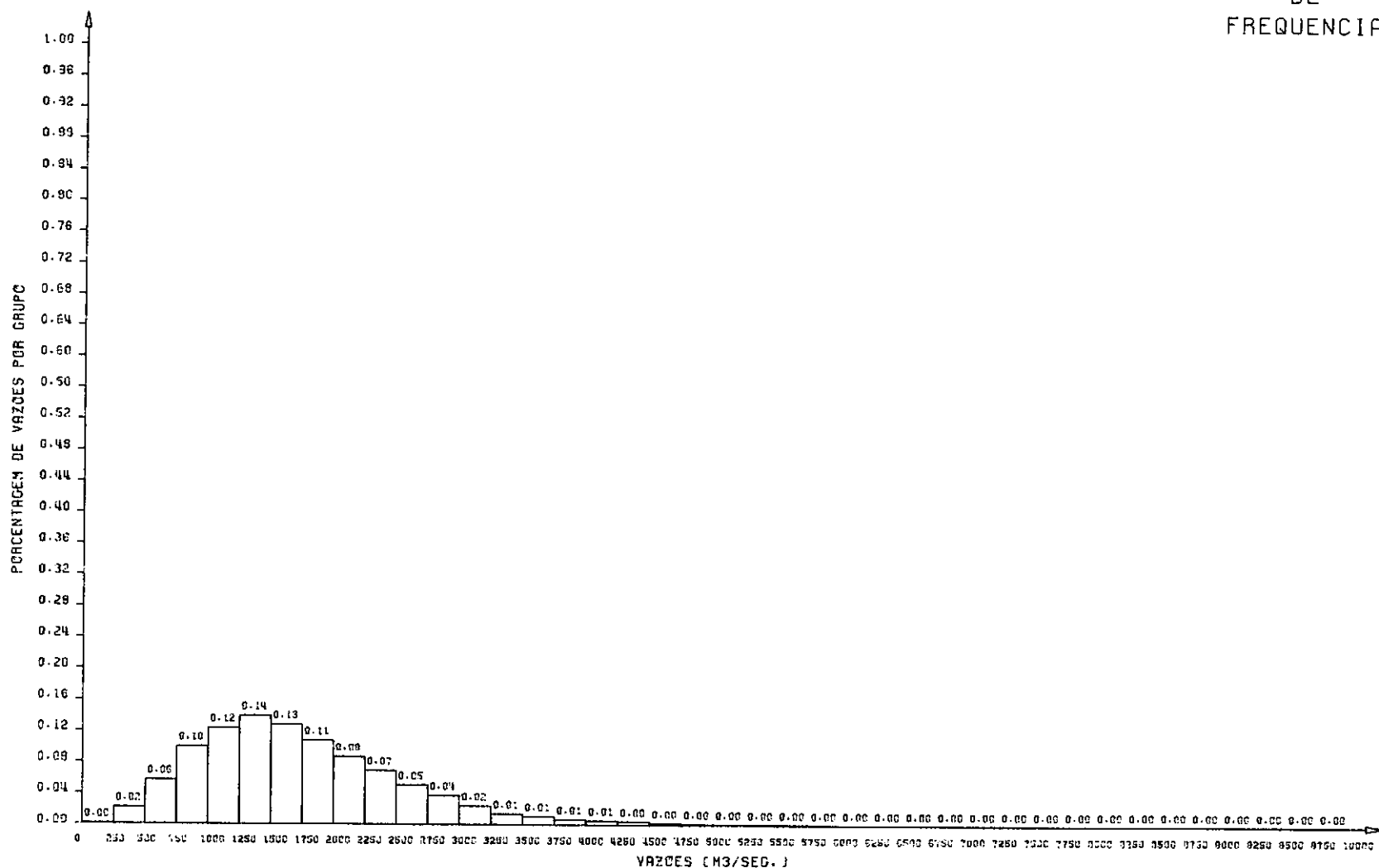


Figura 4.29 - Histograma de frequência do mês de fevereiro

série Kelman, em São José da Barra.

HISTOGRAMA DE FREQUENCIA

145

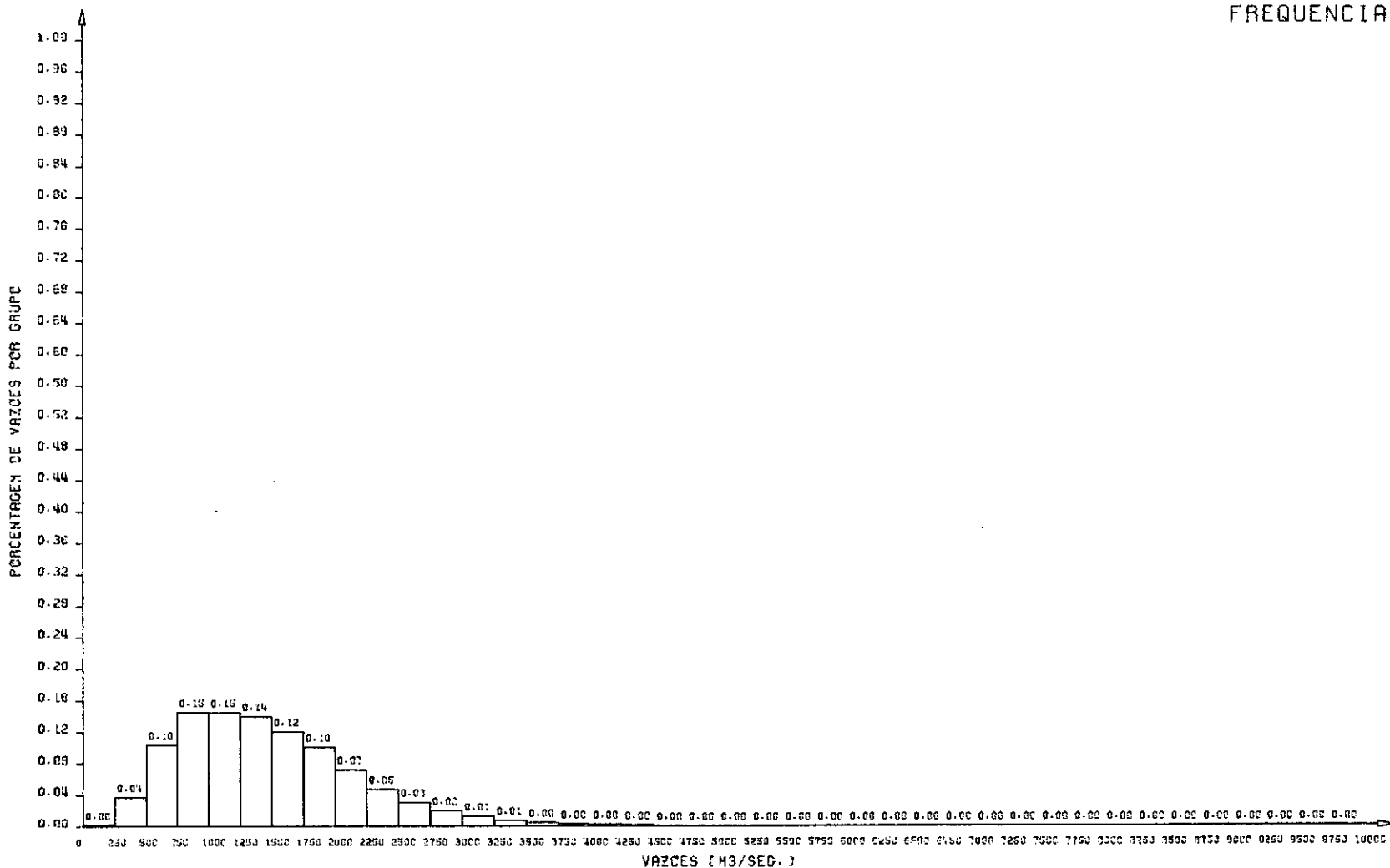


Figura 4.30 - Histograma de frequência do mês de março - série Kelman, em São José da Barra.

Prosseguindo na apresentação de gráficos comparativos tem-se nas Figuras 4.31 e 4.32 os correlogramas histórico e gerado, para um defasamento máximo de sessenta dias. Pode-se ver que o correlograma apresentado pelo modelo KELMAN é o que mais se aproxima do correlograma histórico e o do modelo O'CONNELL/JONES é o que mais se afasta. Tem-se também que os modelos KELMAN e YAKOWITZ, geram vazões com maior correlação do que a histórica, ao contrário dos modelos TREIBER/PLATE e O'CONNELL/JONES.

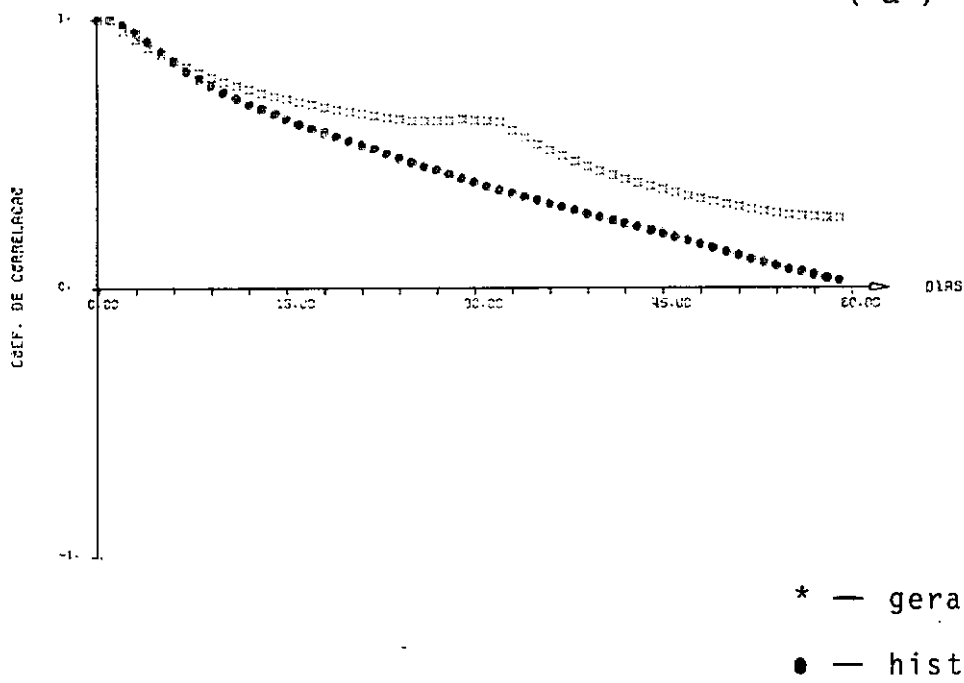
4.4.3 - Comparação de Variáveis Aleatórias

As Tabelas 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 traduzem a preocupação de saber, se os modelos reproduzem as distribuições de determinadas variáveis aleatórias. Isto é, se algumas características das séries histórica e gerada, podem ser consideradas como provenientes da mesma população.

As seguintes características mensais foram definidas:

- a) número total de dias em que a hidrôgrafa subiu;
- b) número de vezes em que o período de ascensão da hidrôgrafa durou 1, 2, ..., 10 ou mais dias consecutivos;
- c) número de vezes em que a vazão média histórica do mês foi superada;

(a)



(b)

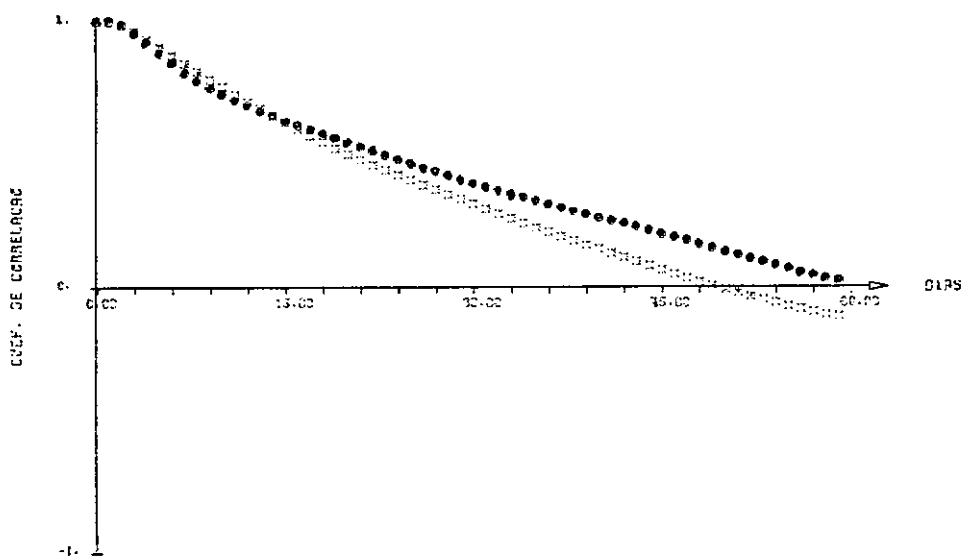


Figura 4.31 - Correlogramas histórico e gerados, modelo Yakowitz (a) e modelo Treiber/Plate (b), em São José da Barra.

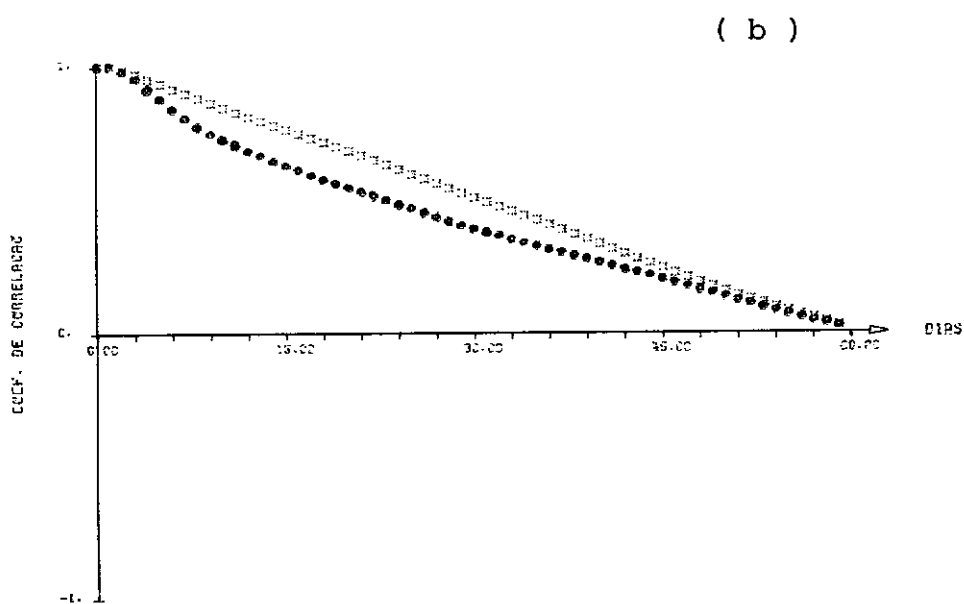
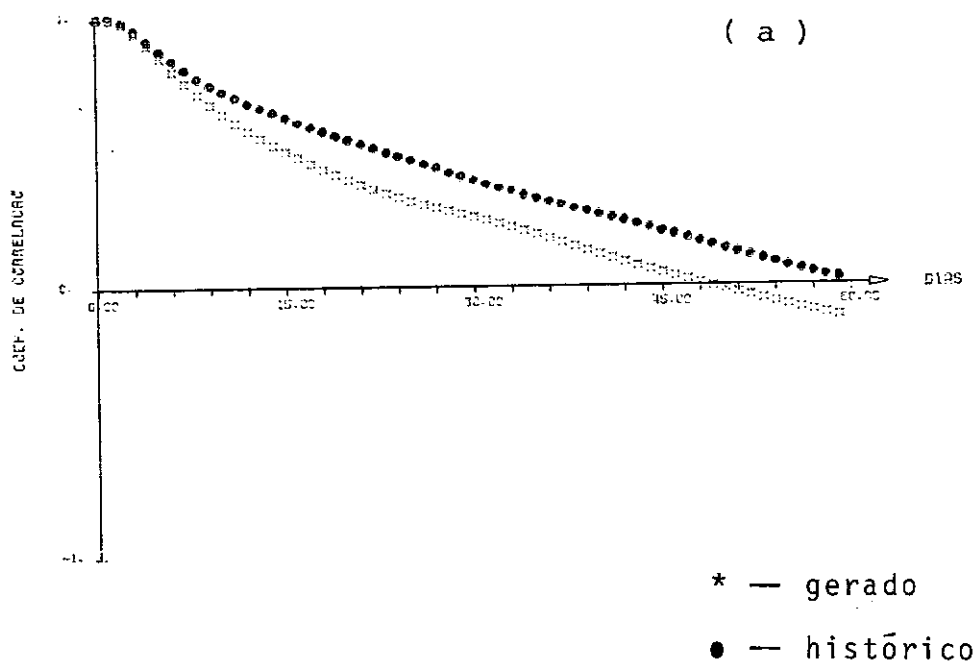


Figura 4.32 - Correlogramas histórico e gerados, modelo O'Connell/Jones (a) e modelo Kelman (b), em São José da Barra.

d) número de vezes em que a vazão média diária histórica foi superada

e considerando níveis de truncamento de $2000\text{m}^3/\text{seg.}$ e $3000\text{m}^3/\text{seg.}$, definiu-se ainda:

e) número de comprimentos de seqüências-positivas maior do que o comprimento médio das seqüências-positivas históricas;

f) número de somas de seqüências-positivas maior do que a soma média das seqüências-positivas nas históricas.

Essa hipótese foi testada com a aplicação do teste do chi-quadrado.

A aplicação do teste do chi-quadrado para um grau de liberdade, mostrou ser demasiadamente rigorosa e foi substituída por um intervalo de mais ou menos 20% do valor histórico.

A Tabela 4.8 mostra para os meses de dezembro, janeiro, fevereiro e março, o número de vezes em que as características escolhidas situaram-se no intervalo definido. Dessa forma, temos que com exceção do modelo YAKOWITZ, os demais apresentaram desempenhos equivalentes.

MÊS	SÉRIES	NÚMERO DE DIAS NO MÊS	FREQ. DE DIAS DE ELEVACÃO DA HIDRÓGRA- FA NO MÊS (%)	FREQ. DE PE- RIODOS DE ELE- VAÇÃO DE HI- DRÓGRAFA (%)	FREQ. DE VEZES EM QUE O PERÍODO DE ASCENÇÃO DA HIDRÓGRAFA DUROU 1, 2, ..., 10 OU MAIS DIAS CONSEC.%									
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
OUTUBRO	Histórica	1023	45	13	33	22	10	12	4	2	5	2	2	9
	Yakowitz	1550	45*	24	51	27	13	5	4	0	1	0,3	0	0
	Treiber/Plate		25	10	32	27	17	13	8	1	3	0	0	0
	O'Connell/Jones		42*	9	25	10	13	11	6	7	7	4	5	11
	Kelman		49*	17	29	23	17	14	4	7	1	1	4	2
NOVEMBRO	Histórica	1023	44	13	24	25	16	14	2	6	3	2	2	5
	Yakowitz	1550	47*	24	53	25	11	6	2	2	0	1	0,3	0,3
	Treiber/Plate		28	8	28	22	17	8	6	4	6	3	2	4*
	O'Connell/Jones		30	7	24	20	13	10	7	2	6	4	5	11
	Kelman		47*	18	34	25	17	9	8	3	3	2	0	1

* - situa-se no intervalo considerado

continua...

Tabela 4.4 - Frequência total de dias em que a hidrôgrafa subiu e frequência em que o período de ascensão da hidrôgrafa durou 1, 2, ..., 10 ou mais dias consecutivos para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	NÚMERO DE DIAS NO MÊS	FREQ. DE DIAS DE ELEVÇÃO DA HIDRÓGRA- FA NO MÊS (%)	FREQ. DE PE- RIODOS DE ELE- VÇÃO DE HI- DRÓGRAFA (%)	FREQ. DE VEZES EM QUE O PERÍODO DE ASCENÇÃO DA HIDRÓGRAFA DUROU 1, 2, ..., 10 OU MAIS DIAS CONSEC.%									
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DEZEMBRO	Histórica	1023	49	12	28	18	7	14	5	8	7	3	3	9
	Yakowitz	1550	50*	24	49	24	13	7	3	1	2	3	1	0,3
	Treiber/Plate		31	8	21	17	21	11	9	7	6	0	2	6
	O'Connell/Jones		34	7	23	10	17	10	9	5	5	6	5	10*
	Kelman		56*	18	29	30	12	11	6	5	1	2	1	4
JANEIRO	Histórica	1023	42	11	29	18	10	11	11	3	7	3	2	7
	Yakowitz	1550	47*	24	55	23	11	6	2	1	0,3	1	1	0
	Treiber/Plate		28	9	29	23	15	12	10	4	4	1	1	1
	O'Connell/Jones		41*	9	19	15	15	8	12	5	5	5	4	12
	Kelman		47*	16	34	19	19	10	6	5	1	1	1	4

continua...

* - situa-se no intervalo considerado

Tabela 4.4 - Frequência total de dias em que a hidrôgrafa subiu e frequência em que o período de ascensão da hidrôgrafa durou 1, 2, ..., 10 ou mais dias consecutivos para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	NÚMERO DE DIAS NO MÊS	FREQ. DE DIAS DE ELEVACÃO DA HIDRÓGRA- FA NO MÊS (%)	FREQ. DE PE- RÍODOS DE ELE- VAÇÃO DA HI- DRÓGRAFA (%)	FREQ. DE VEZES EM QUE O PERÍODO DE ASCENÇÃO DA HIDRÓGRAFA DUROU 1,2,...,10 OU MAIS DIAS CONSEC.%									
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FEVEREIRO	Históricas	1023	41	10	26	14	9	15	11	8	4	8	2	5
	Yakowitz	1550	40*	24	53	27	9	6	2	0	0	0	0	0
	Treiber/Plate		22	8	30	29	16	14	4	3	1	1	2	1
	O'Connell/Jones		36*	9	20	18	15	14	6	8	5	6	2	5*
	Kelman		44*	17	32	28	15	11	6	3	2	1	0,4	1
MARÇO	Histórica	1023	32	7	31	21	11	10	11	8	5	0	0	2
	Yakowitz	1550	40	25	60	26	9	4	1	1	0	0	0	0
	Treiber/Plate		25	9	40	21	15	10	1	6	2	0	3	1
	O'Connell/Jones		32*	7	20	12	16	10	12	8	5	4	1	14
	Kelman		42	15	32	31	13	7	5	5	1	2	1	3

continua...

* - situa-se no intervalo considerado

Tabela 4.4 - Frequência total de dias em que a hidrôgrafa subiu e frequência em que o período de ascensão da hidrôgrafa durou 1, 2, ..., 10 ou mais dias consecutivos para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	NÚMERO DE DIAS NO MÊS	FREQ. DE DIAS DE ELEVAÇÃO DA HIDRÓGRA- FA NO MÊS (%)	FREQ. DE PE- RÍODOS DE ELE- VAÇÃO DA HI- DRÓGRAFA (%)	FREQ. DE VEZES EM QUE O PERÍODO DE ASCENÇÃO DA HIDRÓGRAFA DUROU 1,2,...,10 OU MAIS DIAS CONSECUTIVOS									
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ABRIL	Históricas	1023	24	10	41	24	14	6	5	5	1	1	1	1
	Yakowitz	1550	34	23	67	22	7	3	0,3	0	0	0	0	0
	Treiber/Plate		14	8	54	29	12	2	0	2	1	0	0	0
	O'Connell/Jones		21	6	26	24	12	8	4	10	6	6	2	2
	Kelman		27	14	46	30	12	8	1	1	1	0,5	0	0

* - situa-se no intervalo considerado

Tabela 4.4 - Frequência total de dias em que a hidrógrafa subiu e frequência em que o período de ascensão da hidrógrafa durou 1, 2, ..., 10 ou mais dias consecutivos para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA DO MÊS FOI SUPERADA %	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA FOI SUPERADA %	NÚMERO TOTAL DE DIAS NO MÊS	VAZÃO MÉDIA MENSAL HISTÓRICA
DEZEMBRO	Histórica	42	2	1023	492
	Yakowitz	57	3	18600	
	Treiber/Plate	72	7		
	O'Connell/Jones	67	2*		
	Kelman	45*	2*		
NOVEMBRO	Histórica	43	6	990	669
	Yakowitz	41*	8	18000	
	Treiber/Plate	60	20		
	O'Connell/Jones	79	21		
	Kelman	53	14		

continua...

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.5 - Frequência de vezes em que as vazões médias mensais e a vazão média de longo termo, são superadas para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA DO MÊS FOI SUPERADA %	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA FOI SUPERADA %	NÚMERO TOTAL DE DIAS DO MÊS	VAZÃO MÉDIA MENSAL HISTÓRICA
DEZEMBRO	Histórica	39	38	1023	1114
	Yakowitz	34*	33*	18600	
	Treiber/Plate	47	47		
	O'Connell/Jones	60	59		
	Kelman	51	50		
JANEIRO	Histórica	42	66	1023	1629
	Yakowitz	46*	63*	18600	
	Treiber/Plate	43*	70		
	O'Connell/Jones	51	86		
	Kelman	52	76*		

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

continua...

Tabela 4.5 - Frequência de vezes em que as vazões médias mensais e a vazão média de longo termo, são superadas para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA DO MÊS FOI SUPERADA %	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA FOI SUPERADA %	NÚMERO TOTAL DE DIAS DO MÊS	VAZÃO MÉDIA MENSAL HISTÓRICA
FEVEREIRO	Histórica	48	73	924	1678
	Yakowitz	57*	77*	16800	
	Treiber/Plate	40*	73*		
	O'Connell/Jones	56*	92		
	Kelman	46*	74*		
MARÇO	Histórica	42	66	1023	1538
	Yakowitz	56	72*	18600	
	Treiber/Plate	39*	66*		
	O'Connell/Jones	51	84		
	Kelman	40*	62*		

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

continua...

Tabela 4.5 - Frequência de vezes em que as vazões médias mensais e a vazão média de longo termo, são superadas para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SÉRIES	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA DO MÊS FOI SUPERADA %	FREQ. DE VEZES EM QUE A VAZÃO MÉDIA HISTÓRICA FOI SUPERADA %	NÚMERO TOTAL DE DIAS DO MÊS	VAZÃO MÉDIA MENSAL HISTÓRICA
ABRIL	Histórica	45	26	990	988
	Yakowitz	68	54	18000	
	Treiber/Plate	45*	32		
	O'Connell/Jones	69	45		
	Kelman	38	27*		

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância.

Tabela 4.5 - Frequência de vezes em que as vazões médias mensais e a vazão média de longo termos, são superadas para cada mês, em São José da Barra.

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS)	NÚMERO DE SEQUÊNCIAS	MAIOR COMPRIMENTO	COMPRIMENTO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMENTOS MAIORES DO QUE O MÉDIO HISTÓRICO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIORES DO QUE A MÉDIA HISTÓRICA	NÚMERO DE ANOS
OUTUBRO	SÉRIES								
	Histórica	-	-	-	-	-	-	-	33
	Yakowitz	1	1	1	0*	182	182	0*	
	Treiber/Plate	-	-	-	-	-	-	-	
	O'Connell/Jones	-	-	-	-	-	-	-	
	Kelman	-	-	-	-	-	-	-	
NOVEMBRO	Histórica	4	5	2	1	998	395	2	33
	Yakowitz	4	3	1	1*	837	450	2*	
	Treiber/Plate	2	25	18	2	8155	6819	2*	
	O'Connell/Jones	1	8	8	1*	5386	5386	1	
	Kelman	-	-	-	-	-	-	-	

continua...

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.6 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma da sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra (nível de truncamento = 20000 m³/seg.

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS) SÉRIES	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O MÉ- DIO HISTÓ- RICO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
DEZEMBRO	Histórica	22	24	4	7	14603	2139	7	33
	Yakowitz	24	12	4	10	7644	1851	8*	
	Treiber/Plate	8	15	8	6*	9386	3505	5	
	O'Connell/Jones	16	20	8	13	8720	3733	11	
	Kelman	28	28	5	13	16175	2374	10	
JANEIRO	Histórica	35	30	8	11	43279	5568	7	33
	Yakowitz	38	30	8	13*	44247	7414	13	
	Treiber/Plate	23	30	9	8	34382	5348	6*	
	O'Connell/Jones	32	29	7	8	19098	3670	8*	
	Kelman	44	30	10	20	42143	6754	14	

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.6 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma da sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra (nível de truncamento = 20000 m³/seg.

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS) SÉRIES	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O MÉ- DIO HISTÓ- RICO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
FEVEREIRO	Histórica	36	27	7	16	24368	4648	9	33
	Yakowitz	38	27	10	18*	43531	8490	13	
	Treiber/Plate	23	27	8	9	44443	5370	6	
	O'Connell/Jones	33	26	8	18*	24341	4084	9*	
	Kelman	32	27	9	15	65104	9139	13	
MARÇO	Histórica	24	30	7	10	60826	5810	5	33
	Yakowitz	41	30	10	18	53573	9412	12	
	Treiber/Plate	22	30	7	8*	26317	3778	4*	
	O'Connell/Jones	36	25	7	15	16634	3334	8	
	Kelman	33	30	8	16	52617	5411	9	

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

continua...

Tabela 4.6 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma da sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra (nível de truncamento = 20000 m³/seg.)

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS)	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O MÉ- DIO HISTÓ- RICO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
	SÉRIES								
ABRIL	Histórica	3	6	4	2	2386	1383	2	33
	Yakowitz	31	16	3	8	4816	1044	11	
	Treiber/Plate	8	12	5	5	4499	1442	3	
	O'Connell/Jones	10	12	5	5	9709	2582	5	
	Kelman	7	22	7	3	20965	4294	3	

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.6 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma da sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra (nível de truncamento = 20000 m³/seg.

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS)	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O MÉ- DIO HISTÓ- RICO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
OUTUBRO	Histórica	-	-	-	-	-	-	-	33
	Yakowitz	-	-	-	-	-	-	-	
	Treiber/Plate	-	-	-	-	-	-	-	
	O'Connell/Jones	-	-	-	-	-	-	-	
	Kelman	-	-	-	-	-	-	-	
NOVEMBRO	Histórica	-	-	-	-	-	-	-	33
	Yakowitz	-	-	-	-	-	-	-	
	Treiber/Plate	-	-	-	-	-	-	-	
	O'Connell/Jones	1	2	2	0*	149	149	0*	
	Kelman	-	-	-	-	-	-	-	

continuação

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.7 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma de sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra - (nível de truncamento = 3000 m³/seg.)

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS)	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O MÉ- DIO HISTÓ- RICO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
	SÉRIES								
DEZEMBRO	Históricas	3	6	3	1	2636	1059	1	33
	Yakowitz	4	3	2	0	3323	1693	2	
	Treiber/Plate	1	2	2	0	396	396	0	
	O'Connell/Jones	3	4	3	1*	589	350	0	
	Kelman	5	2	1	0	484	150	0	
JANEIRO	Histórica	6	24	11	2	31320	8276	1	33
	Yakowitz	21	19	5	2*	24336	4000	4	
	Treiber/Plate	6	16	5	1	10074	2397	1*	
	O'Connell/Jones	6	9	5	0	6249	2628	0	
	Kelman	17	27	6	2*	12327	2557	2	

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.7 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma de sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra - (nível de truncamento = 3000 m³/seg.)

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS) SÉRIES	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O ME- DIO HISTÓRI- CO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
FEVEREIRO	Histórica	10	13	4	2	10076	2225	2	33
	Yakowitz	33	27	4	12	16531	1910	6	
	Treiber/Plate	7	17	5	2*	26750	4459	2*	
	O'Connell/Jones	4	12	6	2*	2775	1412	1	
	Kelman	9	27	11	5	38104	11261	4	
MARÇO	Histórica	4	30	11	1	34152	10363	1	33
	Yakowitz	21	30	9	6	23573	4573	5	
	Treiber/Plate	5	11	4	0	6083	1709	0	
	O'Connell/Jones	7	9	4	0	3156	1150	0	
	Kelman	8	30	7	2	22617	3920	1*	

continua...

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância

Tabela 4.7 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma de seqüência-positiva, para cada mês, em São José da Barra - (nível de truncamento = 3000 m³/seg.)

MÊS	SEQUÊNCIAS POSITIVAS (DIAS)	NÚMERO DE SE- QUÊNCIAS	MAIOR COM- PRIMENTO	COMPRIMEN- TO MÉDIO	NÚMERO DE COMPRIMEN- TOS MAIORES DO QUE O ME- DIO HISTÓRI- CO	MAIOR SOMA	SOMA MÉDIA	NÚMERO DE SOMAS MAIO- RES DO QUE A MÉDIA HIS- TÓRICA	NÚMERO DE ANOS
	SÉRIES								
ABRIL	Histórica	-	-	-	-	-	-	-	33
	Yakowitz	-	-	-	-	-	-	-	
	Treiber/Plate	-	-	-	-	-	-	-	
	O'Connell/Jones	2	5	4	0*	2773	1845	0*	
	Kelman	1	12	12	0*	4825	4825	0*	

* - satisfaz a 5% do intervalo de significância.

Tabela 4.7 - Valores médios, valores máximos e número de vezes em que os valores médios históricos foram superados, para o comprimento e para a soma de sequência-positiva, para cada mês, em São José da Barra.- (nível de truncamento = 3000 m³/seg.)

MESES MODELOS	DEZ.	JAN.	FEV.	MAR.	TOTAL NOS IN- TERVALOS	PORCENTA GEM NOS INTERVALOS
Yakowitz	4	5	4	1	14	44
Treiber/Plate	1	4	4	4	13	41
O'Connell/Jones	1	2	6	1	10	31
Kelman	1	4	3	3	11	34

Tabela 4.8 - Número de medidas nos intervalos considerados, com referência às tabelas 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, em São José da Barra.

4.4.4 - Comparação de Funções de Distribuição

Um método prático utilizado na avaliação de modelos que geram séries sintéticas, é o traçado das funções de distribuição de probabilidades acumuladas histórica e sintética, de algumas variáveis selecionadas. Se essas duas distribuições amostrais forem similares, pode-se então, supor que as variáveis sintética e histórica, têm a mesma distribuição, ainda que desconhecida.

Foram selecionadas as seguintes variáveis:

- vazão diária média anual;
- vazão diária máxima anual,
- volume acima do nível de truncamento, para cheias maiores que $2000 \text{ m}^3/\text{seg.}$ e $3000 \text{ m}^3/\text{seg.}$;

d) vazão diária máxima mensal, ao longo de todos os anos, para os meses de dezembro, janeiro, fevereiro e março.

As funções de distribuição de probabilidades acumuladas amostrais foram obtidas com a posição de gráfico $m/(N+1)$, onde N é o tamanho da amostra e m a sua posição na ordenação.

O teste estatístico para determinar a igualdade de duas distribuições, é o teste de Smirnov para duas amostras, descrito anteriormente.

As Figuras de 4.33 até 4.48 mostram as funções obtidas, a linha cheia para a série histórica e a linha tracejada para a série sintética. Da Figura 4.33 até a Figura 4.40, a série sintética utilizada, tem 50anos de comprimento. Nas Figuras restantes o comprimento é de 600 anos.

A Tabela 4.9 consta dos valores obtidos para a variável aleatória W do teste, nesses gráficos de distribuição acumulada. A hipótese de que as duas séries provêm de uma mesma distribuição, com probabilidade de 95%, só foi rejeitada para a vazão média diária anual gerada pelo modelo O'CONNELL/JONES.

MODELOS VARIÁVEIS SELECIONADAS		VALORES DE W OBTIDOS DOS GRÁFICOS DE DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA				$W_{crítico}$
		YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN	
Vazão diária média anual		0,176	0,160	0,448	0,288	0,305
Vazão diária máxima anual		0,128	0,224	0,304	0,160	0,305
Volume de cheias maiores que 2000 m ³ /seg.		0,080	0,032	0,064	0,032	0,305
Volume de cheias maiores que 3000 m ³ /seg.		0,096	0,176	0,176	0,176	0,305
Vazão diária máxima mensal	Dezembro	0,160	0,112	0,192	0,144	0,243
	Janeiro	0,080	0,176	0,160	0,080	
	Fevereiro	0,160	0,160	0,176	0,080	
	Março	0,224	0,112	0,192	0,064	

Tabela 4.9 - Valores de W obtidos para o teste de Smirnov de duas amostras, em São José da Barra

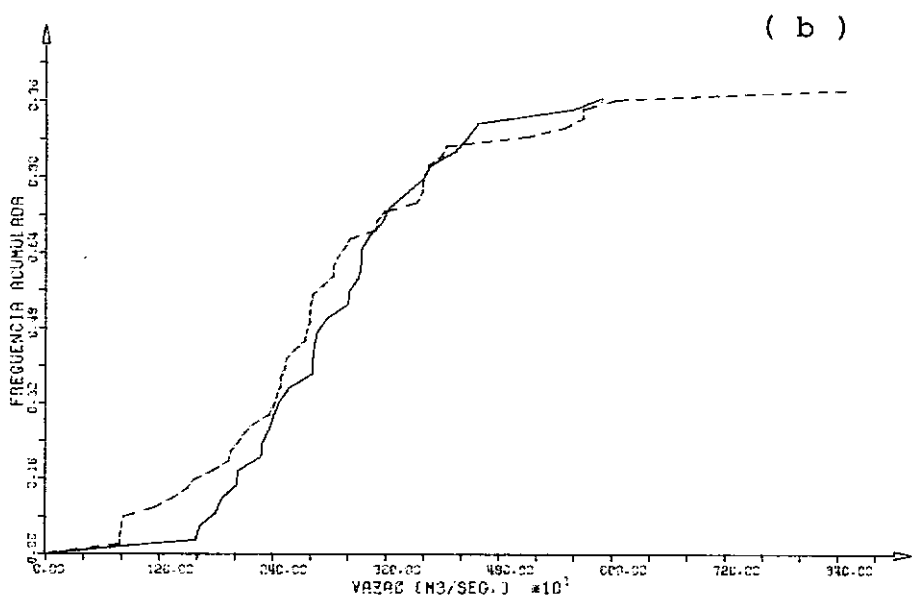
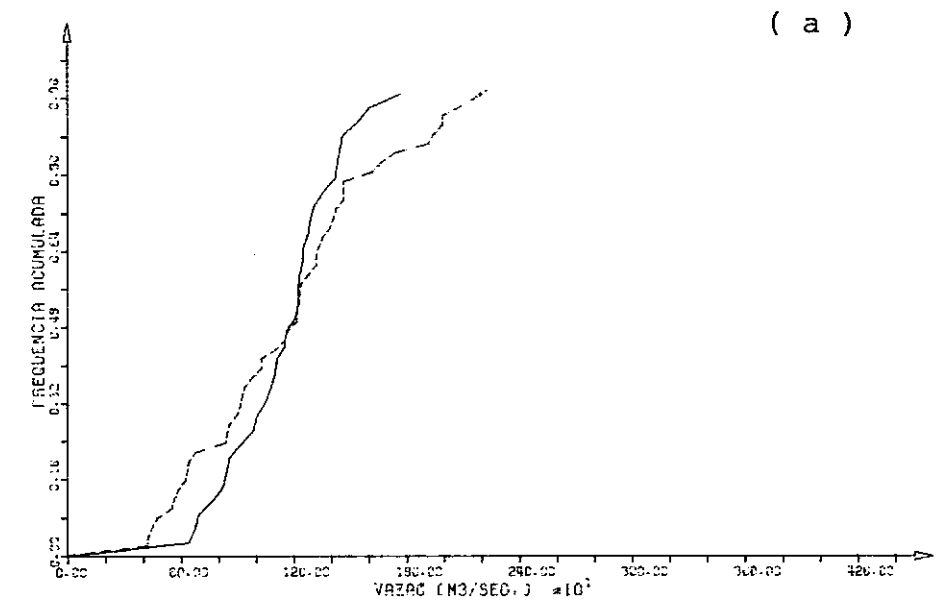


Figura 4.33 - Modelo Yakowitz - distribuição de probabilidades acumulada da vazão média anual (a) e distribuição de probabilidades acumulada da vazão máxima anual (b), em São José da Barra.

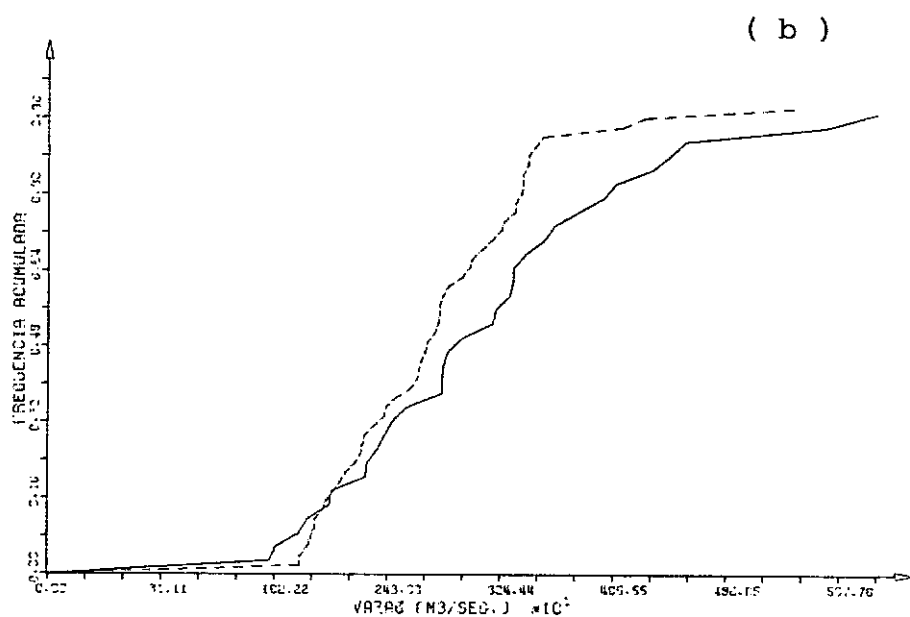
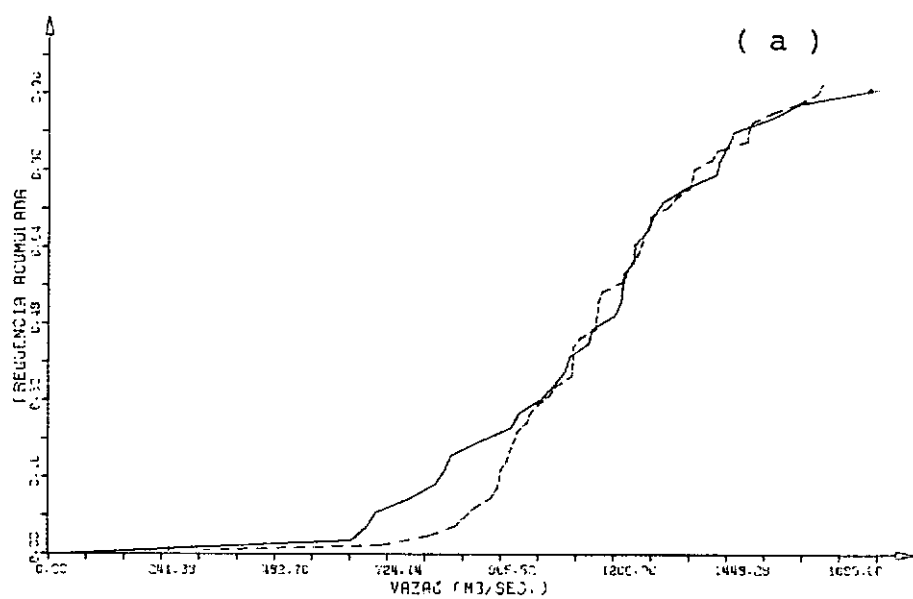


Figura 4.34 - Modelo Treiber/Plate - distribuição de probabilidades acumulada da vazão média anual (a) e distribuição de probabilidades acumulada da vazão máxima anual (b), em São José da Barra.

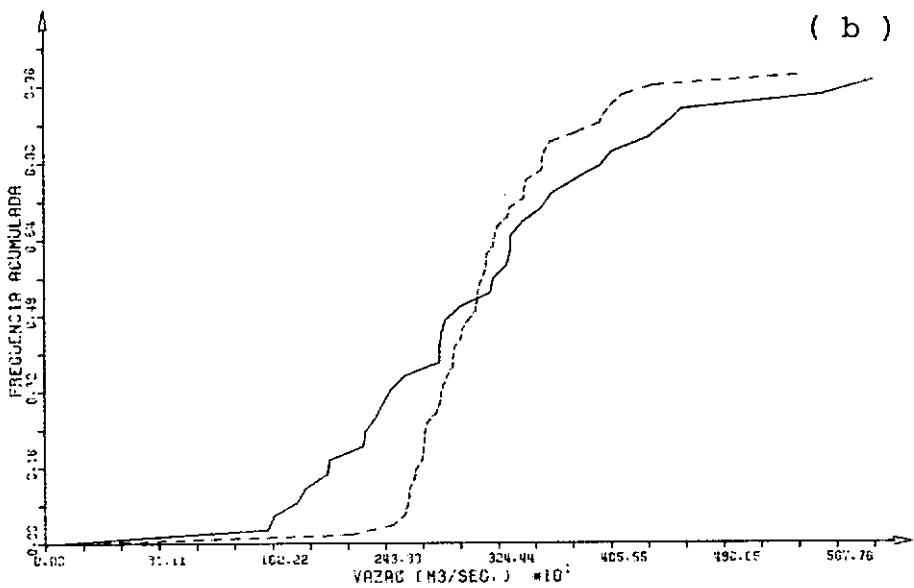
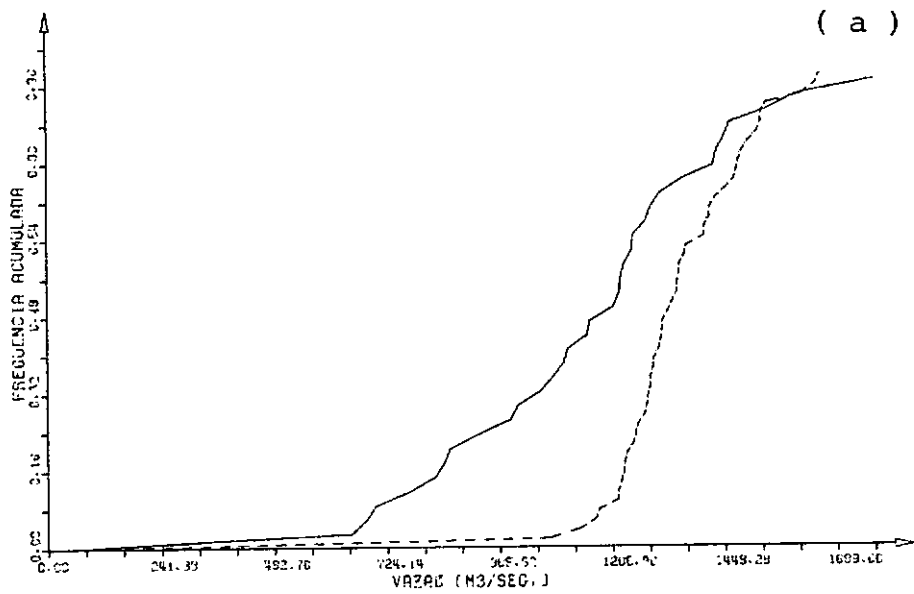


Figura 4.35 - Modelo O'Connell/Jones - distribuição de probabilidades acumulada da vazão média anual (a) e distribuição de probabilidades acumulada da vazão máxima anual (b), em São José da Barra.

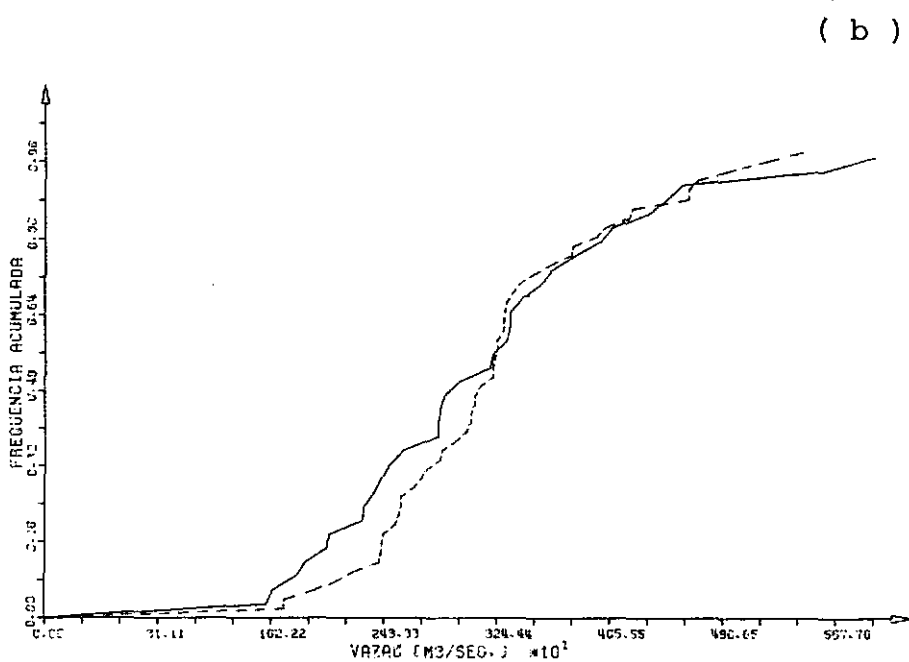
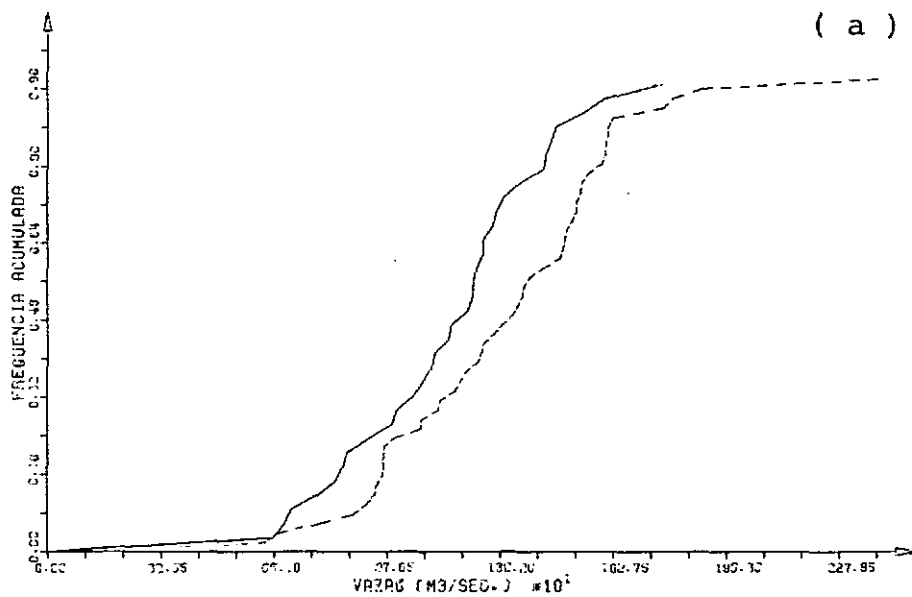
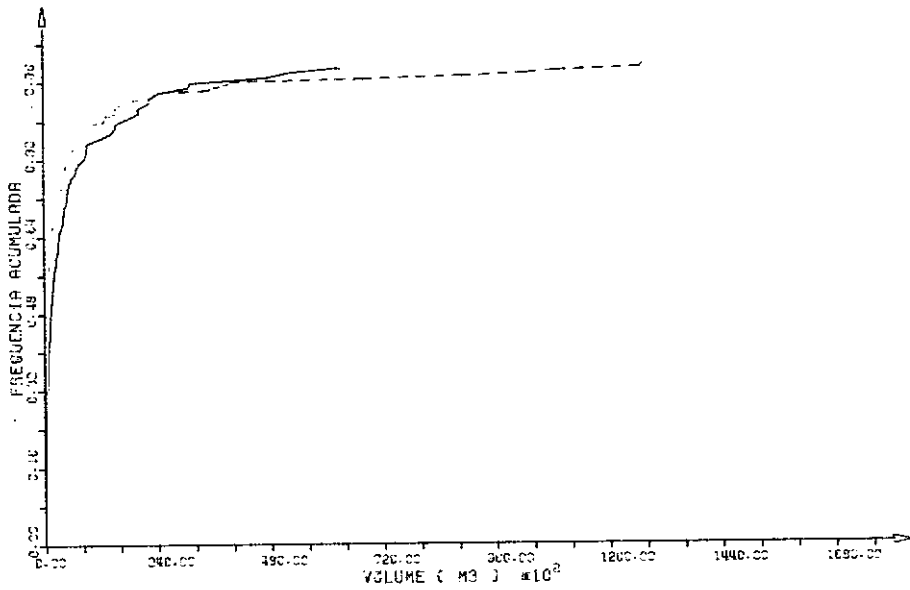


Figura 4.36 - Modelo Kelman - distribuição de probabilidades acumulada da vazão média anual (a) e distribuição de probabilidades acumulada da vazão máxima anual (b), em São José da Barra.

(a)



(b)

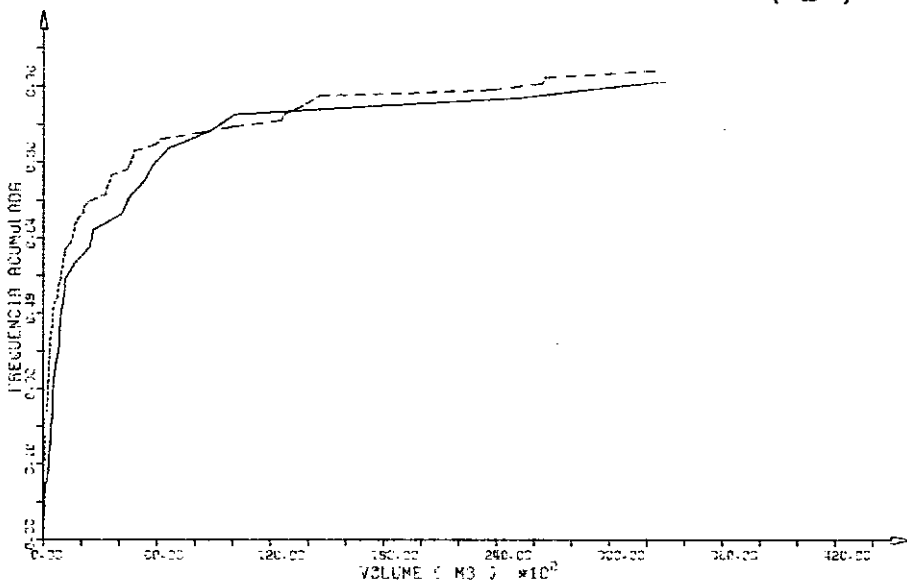


Figura 4.37 - Modelo Yakowitz - distribuição de probabilidades acumulada do volume acima do nível de truncamento de 2000 m³/seg. (a) e de 3000 m³/seg, (b), em São José da Barra.

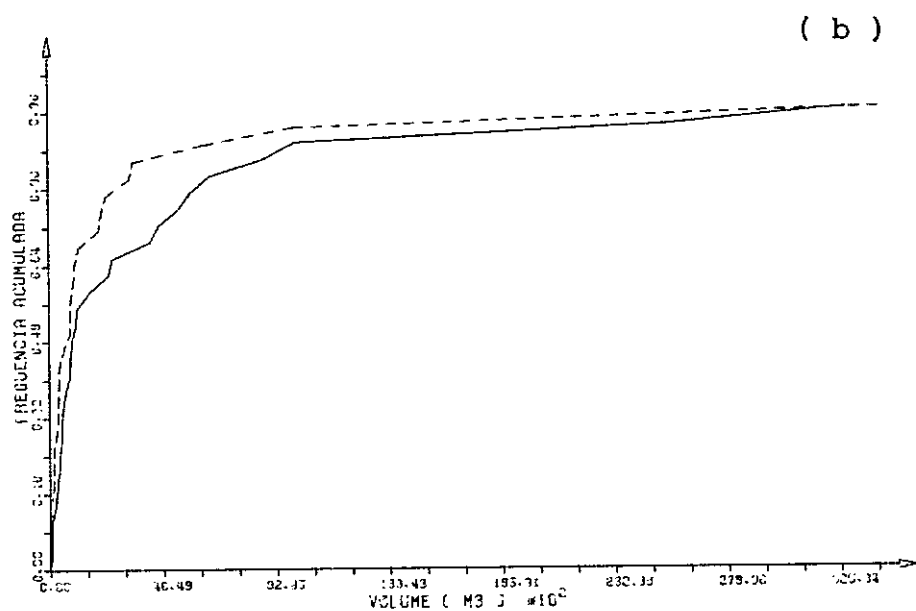
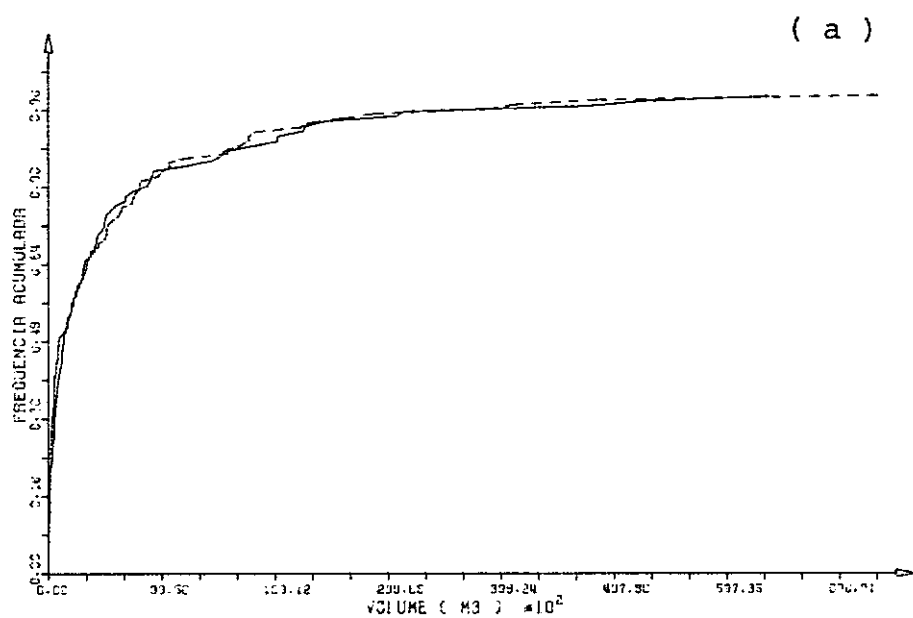


Figura 4.38 - Modelo Treiber/Plate - distribuição de probabilidades acumulada do volume acima do nível de truncamento de 2000 m³/seg. (a) e de 3000 m³/seg. (b), em São José da Barra.

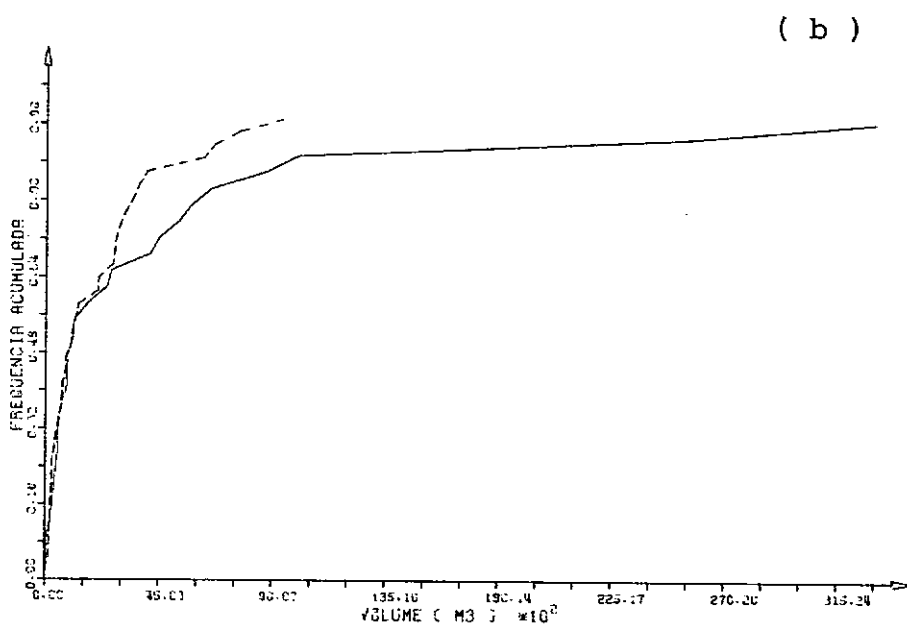
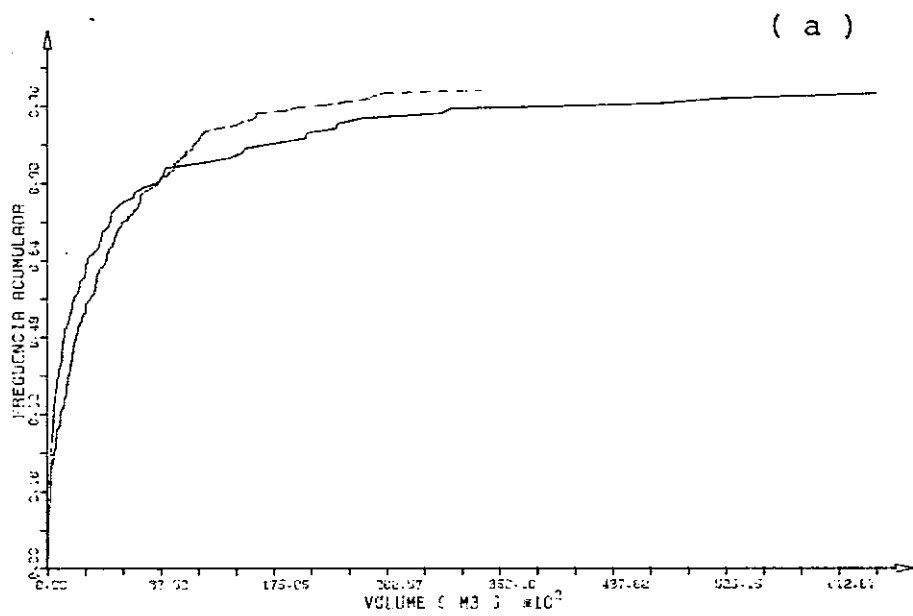


Figura 4.39 - Modelo O'Connell/Jones - distribuição de probabilidades acumulada do volume acima do nível de truncamento de 2000 m³/seg. (a) e de 3000 m³/seg. (b), em São José da Barra.

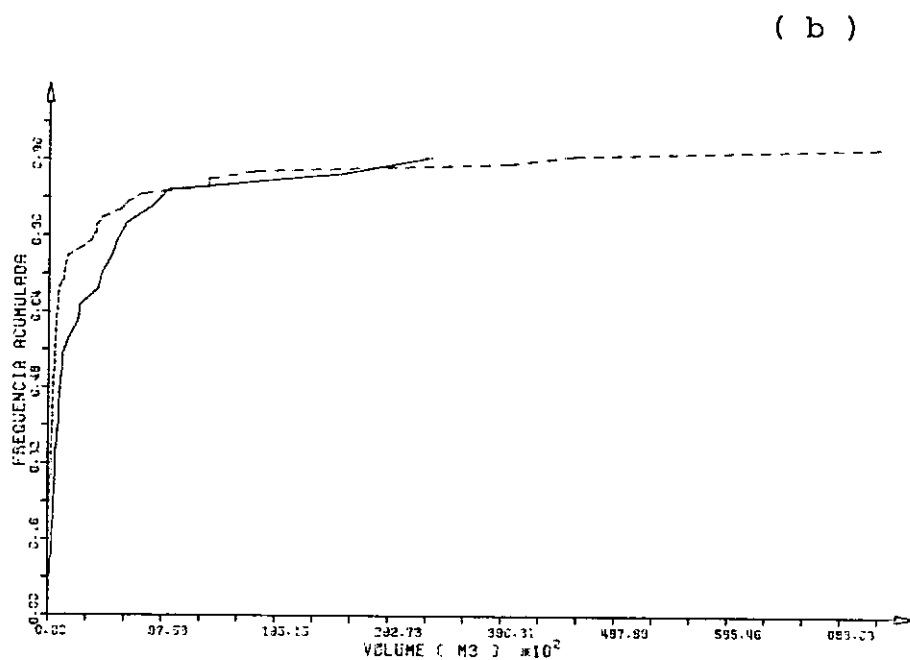
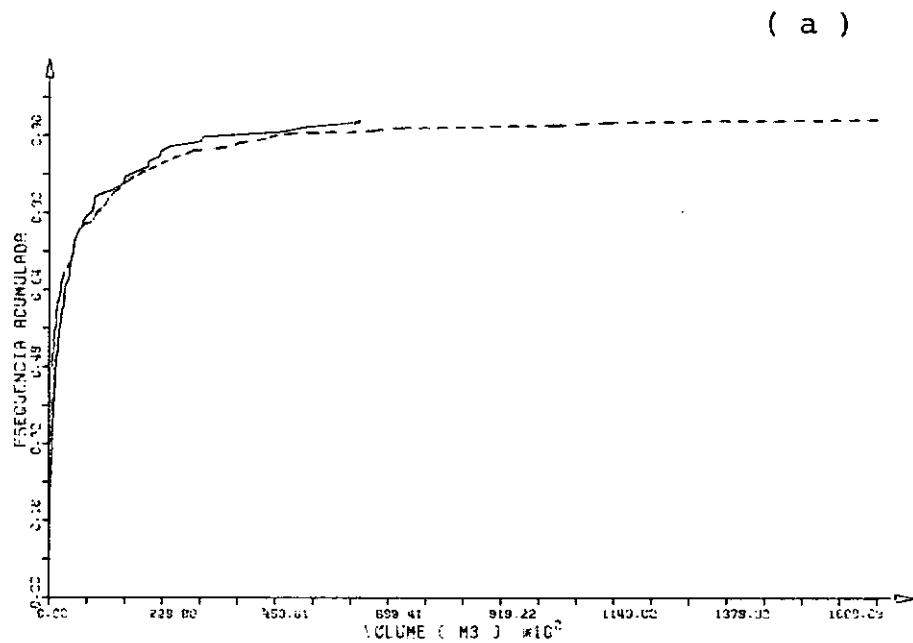


Figura 4.40 - Modelo Kelman - distribuição de probabilidades acumulada do volume acima do nível de truncamento de $2000 \text{ m}^3/\text{seg.}$ (a) e de $3000 \text{ m}^3/\text{seg.}$ (b), em São José da Barra.

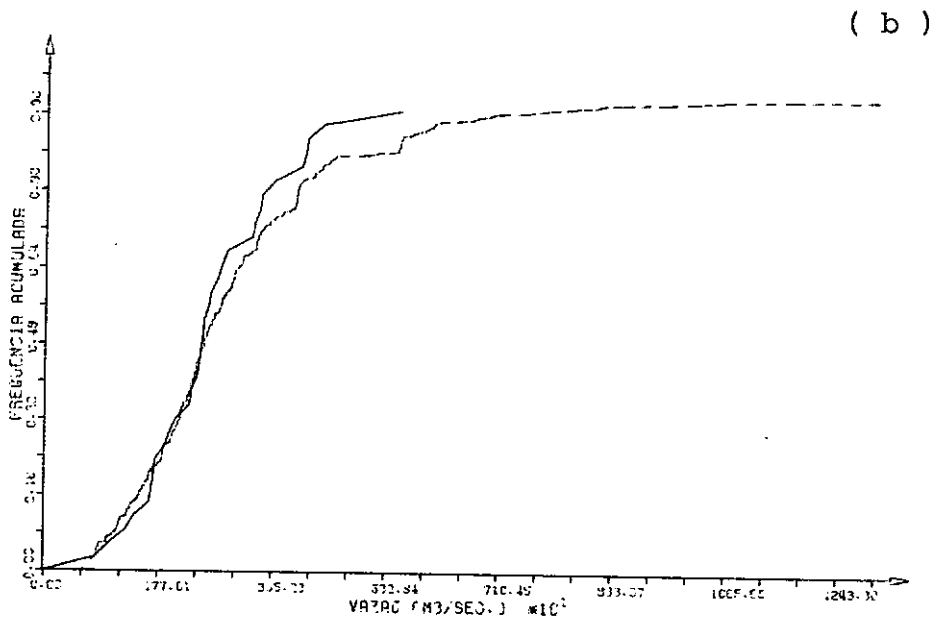
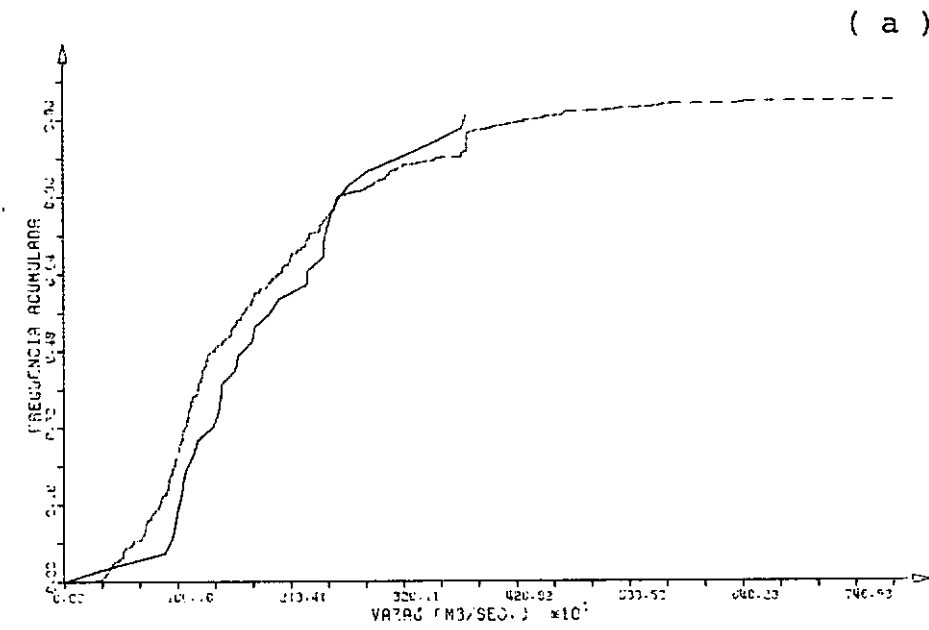


Figura 4.41 - Modelo Yakowitz - distribuição de probabilidades acumulada das vazões diárias máximas, dezembro (a) e janeiro (b), em São José da Barra.

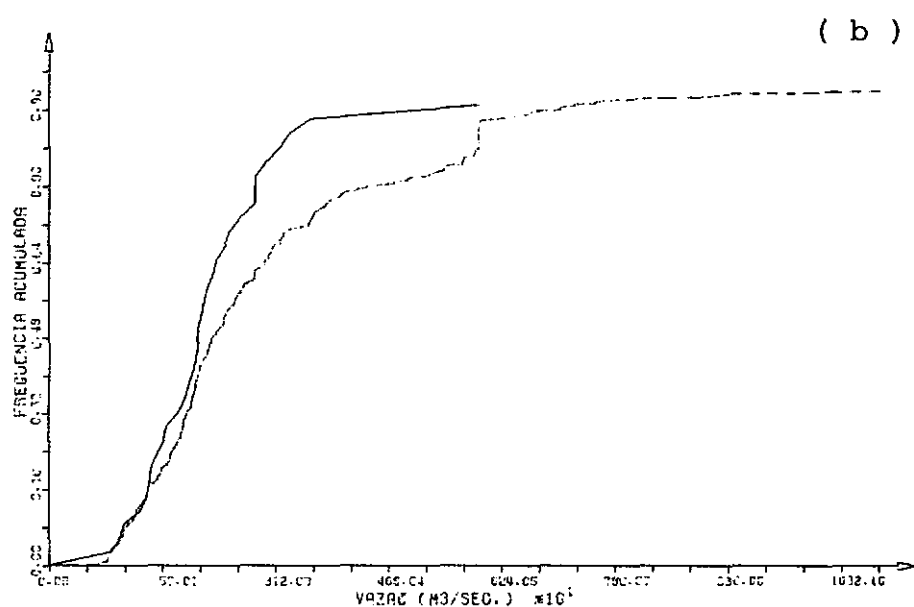
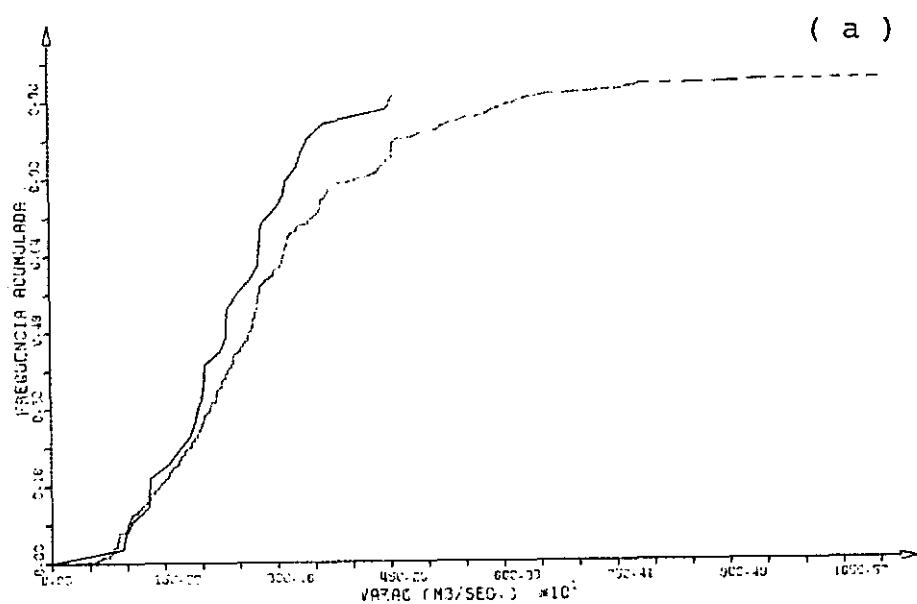


Figura 4.42 - Modelo Yakowitz - distribuição de probabilidades acumulada das vazões diárias máximas, fevereiro (a) e março (b), em São José da Barra.

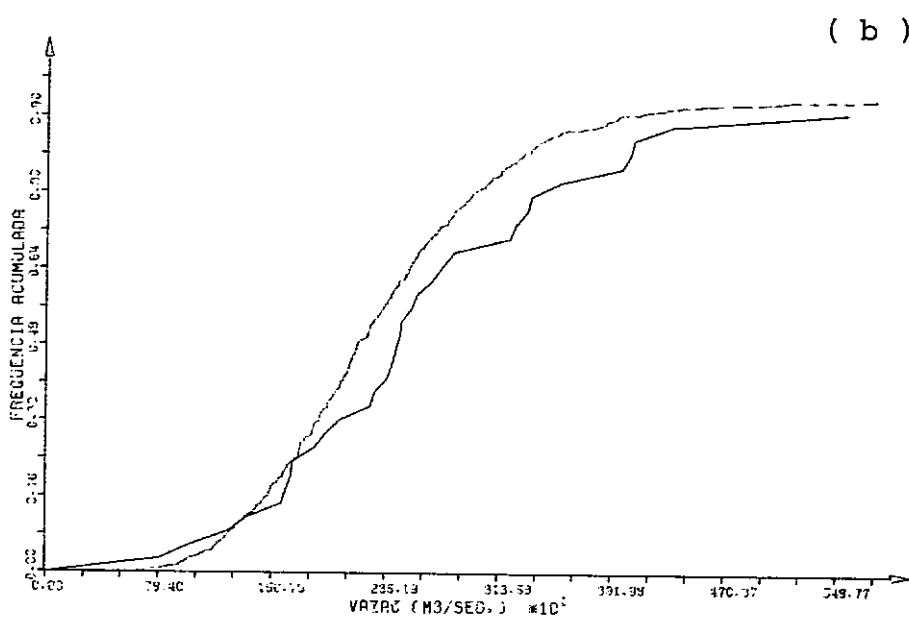
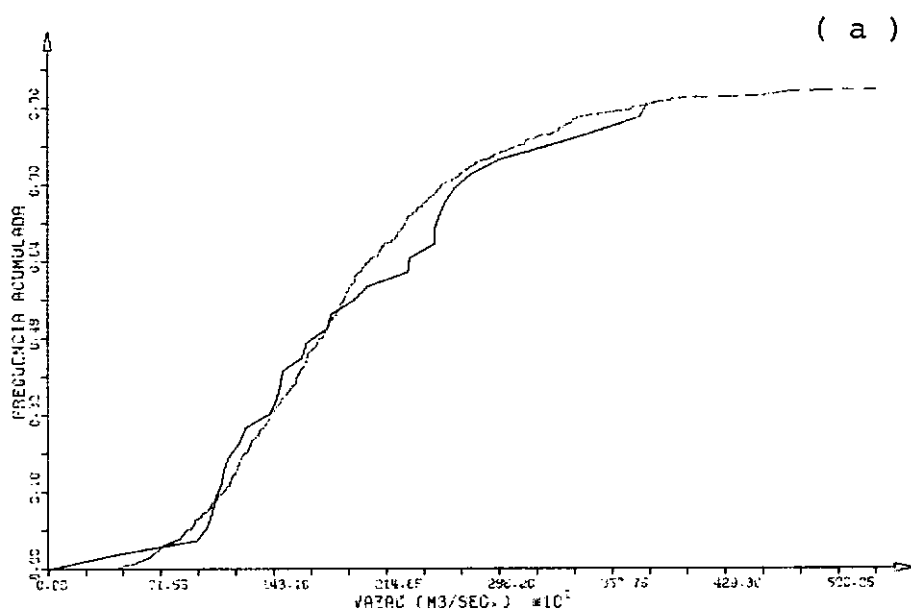


Figura 4.43 - Modelo Treiber/Plate - distribuição de probabilidade acumulada das vazões diárias máximas, dezembro (a) e janeiro (b), em São José da Barra.

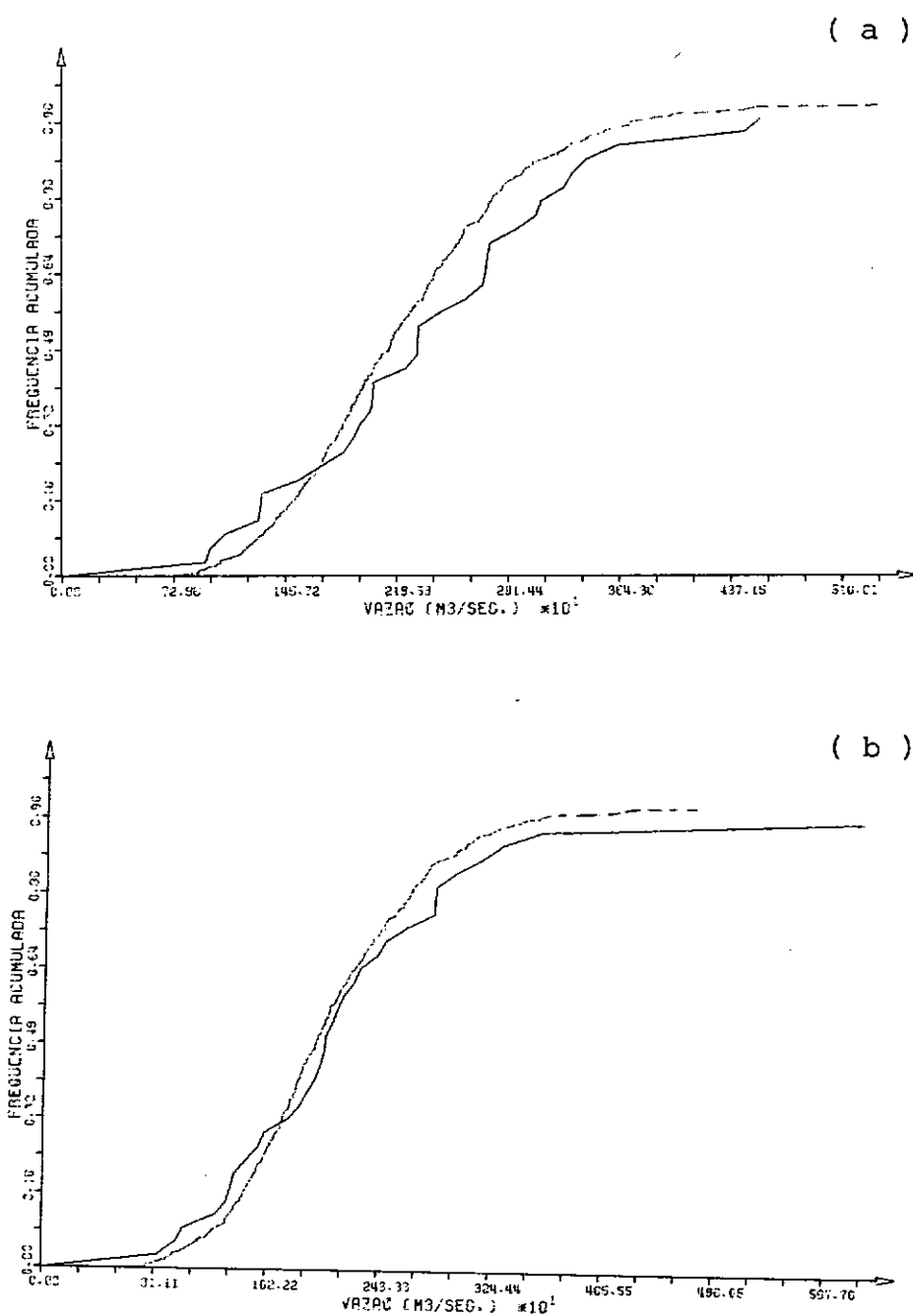


Figura 4.44 - Modelo Treiber/Plate - distribuição de probabilidades acumulada vazões diárias máximas, fevereiro (a) e março (b), em São José da Barra.

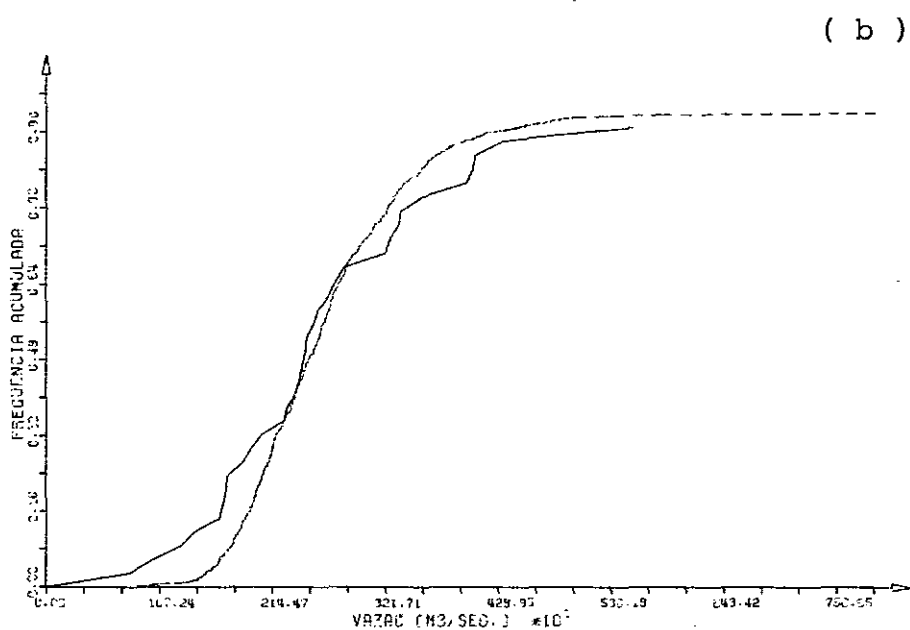
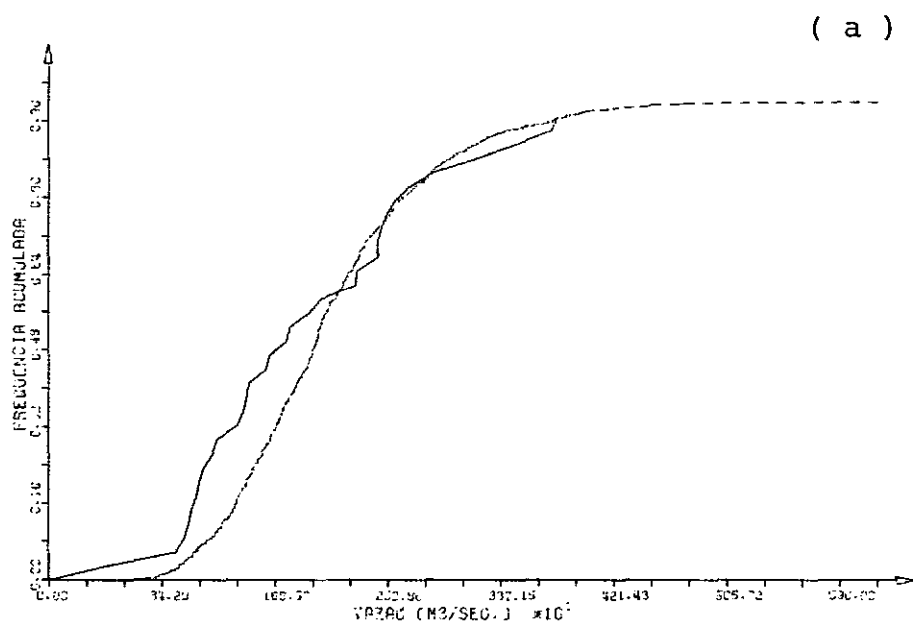


Figura 4.45 - Modelo O'Connell/Jones - distribuição de probabilidades acumulada das vazões diárias máximas, dezembro (a) e janeiro (b), em São José da Barra.

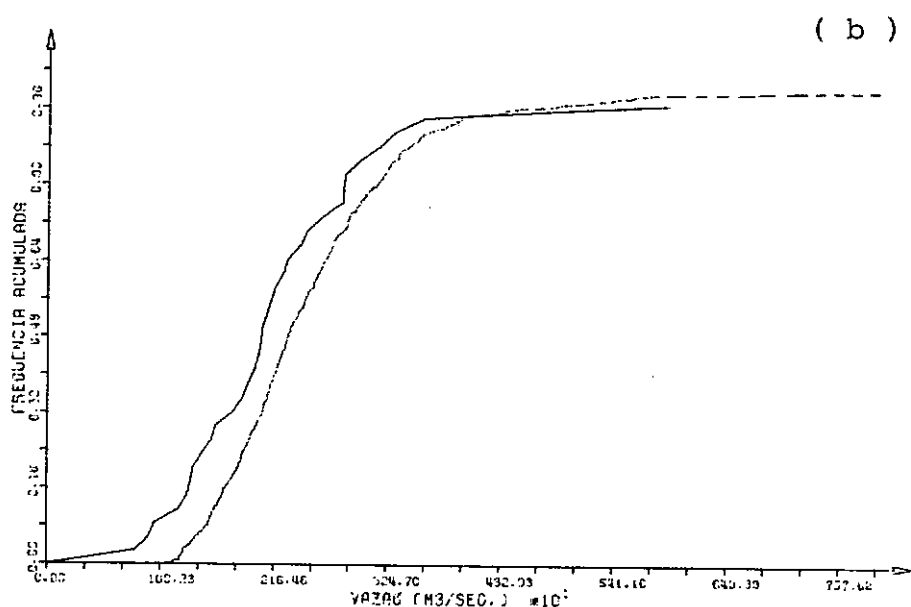
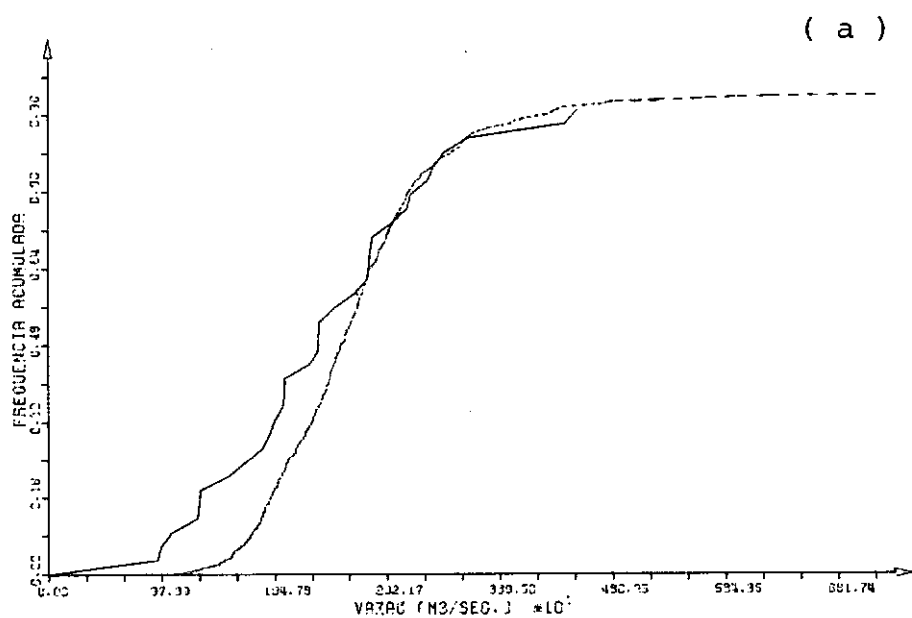


Figura 4.46 - Modelo O'Connell/Jones - distribuição de probabilidades acumulada das vazões diárias máximas, fevereiro (a) e março (b), em São José da Barra.

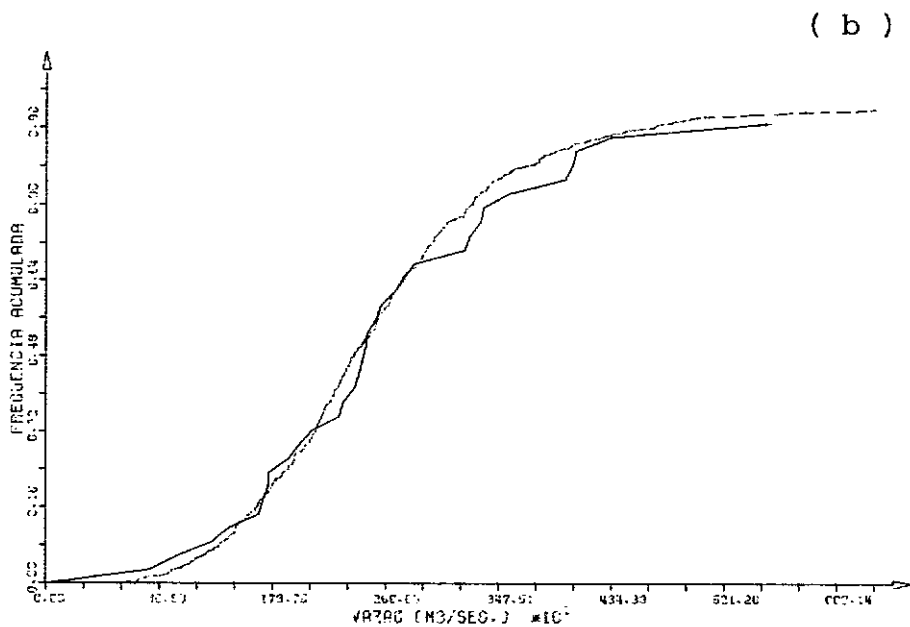
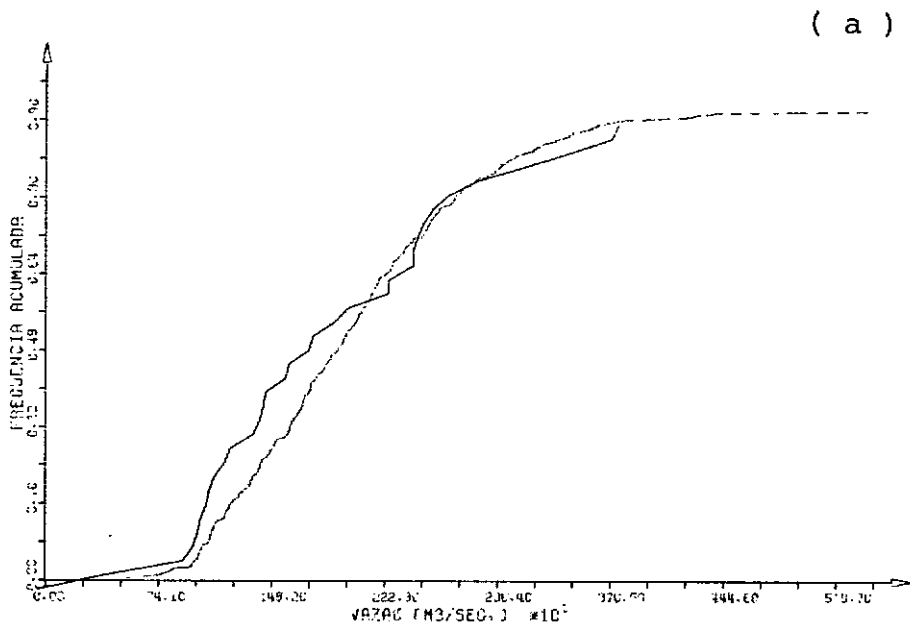


Figura 4.47 - Modelo Kelman - distribuição de probabilidades acumulada das vazões diárias máximas, dezembro (a) e janeiro (b), em São José da Barra.

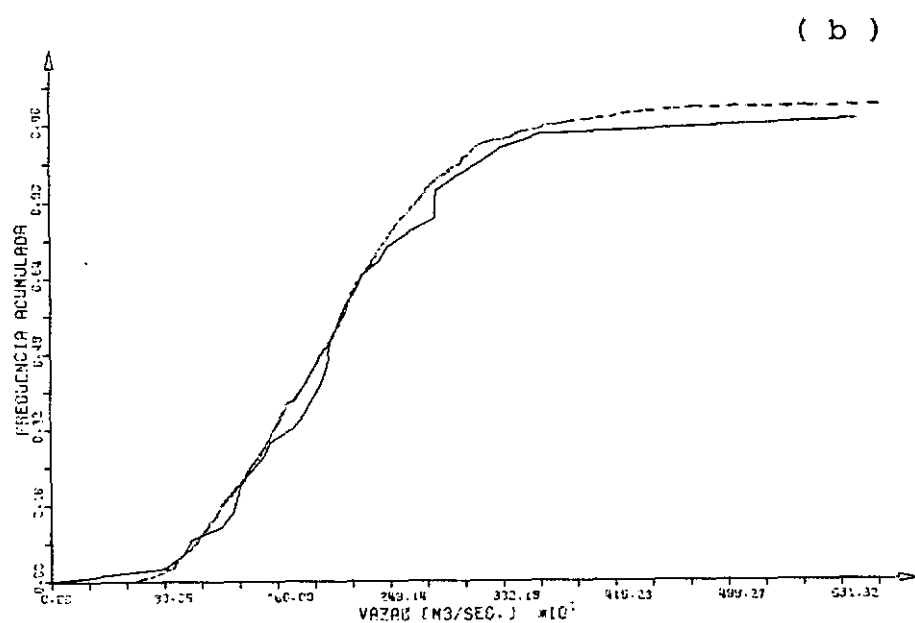
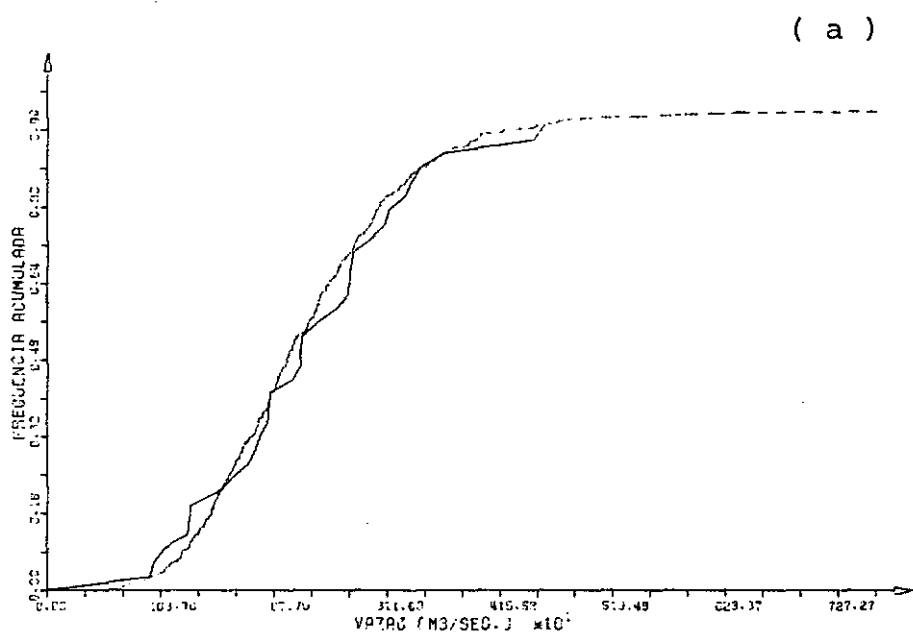


Figura 4.48 - Modelo Kelman - distribuição de probabilidades acumulada das vazões diárias máximas, fevereiro (a) e março (b), em São José da Barra.

MODELOS	MEDIDAS PARA AVALIAÇÃO	MÉDIA DAS SEQUÊNCIAS HISTÓRICAS	SEQUÊNCIA HISTÓRICA	SEQUÊNCIAS GERADAS										(30 ANOS)										ESTATÍSTICOS				DISTR. NORMAL UNIVARIADA PIX ≤ x
				1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª	VARIÂNCIA	DV. PADRÃO	ASSIMETRIA	KURTOSIS	
YAKOWITZ	Vazão média diária	1332	1158	1309	1120	1379	1229	1499	1346	1216	1416	1341	1374	1298	1347	1422	1352	1228	1420	1323	1313	1318	1388	7374,16	85,87	-0,51	3,13	0,000596
	Vazão diária máx.	6908	5948	8470	9096	7047	5924	13625	8657	6061	9405	11066	8444	9047	2632	7069	7840	8661	10554	10615	7794	8042	11711	3343179,48	1628,44	0,38	2,50	0,0000586
	Desvio padrão	978	744	923	824	997	100	1083	1028	911	1071	875	1046	1006	1043	1303	980	893	1019	997	977	1027	1041	6436,26	80,23	-0,80	2,45	0,0000707
	Intens. média seq. post.	476	369	358	481	460	104	497	443	333	507	307	562	455	506	503	423	510	494	534	440	620	524	5335,92	73,05	-0,02	2,29	0,00187
	Intens. máx. seq. post.	2290	1489	2087	1793	2371	1636	3028	1456	985	3304	2772	2527	2089	2479	1666	2559	3426	2730	1913	4943	2624	2391	387866,58	622,79	-0,07	2,30	0,000280
	Soma máx. seq. post.	80062	33025	32381	47785	108495	18171	86022	107553	74183	106820	61661	93289	117424	105102	116440	55202	21453	140871	86383	93147	56557	66109	1170990237,00	34219,73	-0,25	1,44	0,00000453
	Soma média seq. post.	5991	4220	3599	5518	5751	2180	5756	9227	4520	7432	4184	8466	8102	6079	6680	5602	3526	5084	8004	5307	7646	6335	3118387,10	1765,90	0,05	1,93	0,000137
	Distância das medidas	-	13,62	5,65	10,20	3,64	9,19	8,14	7,40	8,59	4,62	10,69	3,35	5,96	4,08	8,59	5,01	8,89	3,93	4,69	1,88	7,20	6,28	Desvio apresentado = 2,37				
TELFER/TAITE	Vazão média diária	1200	1158	1169	1237	1207	1216	1260	1207	1232	1285	1227	1176	1270	1166	1203	1196	1251	1141	1138	1149	1143	1185	1768,41	42,05	0,15	1,95	0,00576
	Vazão diária máx.	4716	5948	5343	4122	4900	4408	5749	4494	5158	5108	3963	5320	4720	4208	4305	4149	4543	4902	4621	5247	4297	4704	241352,66	491,28	0,32	1,94	0,0000350
	Desvio padrão	670	744	654	667	671	655	753	701	697	724	655	638	694	662	643	641	687	622	620	633	695	679	1213,31	34,82	0,54	2,53	0,00120
	Intens. média seq. post.	277	369	256	201	249	241	319	221	277	364	193	256	340	222	244	237	310	379	240	340	288	348	3101,29	55,70	0,33	1,73	0,00163
	Intens. máx. seq. post.	814	1489	1175	423	895	711	1360	729	1010	887	442	979	827	506	544	495	694	1050	869	1001	651	1038	66829,29	250,51	0,15	2,05	0,000610
	Soma máx. seq. post.	19899	33025	34083	6340	20615	11370	63935	12399	28269	25735	4733	20558	18242	10617	11976	7920	15266	31500	17379	22534	14556	23863	174108400,30	12195,31	1,73	6,47	0,0000136
	Soma média seq. post.	3532	4220	3250	1479	3017	2632	7634	2241	4026	5612	1360	2600	4823	2148	2433	2136	3792	6106	2638	4522	3355	4828	2681126,04	1637,41	0,86	2,83	0,000223
	Distância das medidas	-	100,25	5,70	3,92	1,48	4,77	15,93	6,59	2,16	8,23	4,74	0,30	8,57	4,87	3,76	2,59	5,39	10,09	4,67	6,89	11,30	13,04	Desvio apresentado = 25,70				
O'CONNELL/ONES	Vazão média diária	1353	1158	1335	1378	1353	1347	1355	1364	1315	1367	1370	1299	1341	1342	1307	1395	1360	1349	1370	1358	1345	1313	601,43	24,52	-0,01	2,46	0
	Vazão diária máx.	5925	5948	4148	5690	4709	7070	5693	7158	4484	4698	7937	4878	6181	5625	5279	6830	7864	5927	5831	5591	7142	5757	1214969,21	1102,26	0,28	1,95	0,000362
	Desvio padrão	679	744	624	648	633	639	646	743	635	691	736	698	689	712	643	711	708	706	669	674	699	683	1273,40	35,68	0,06	1,69	0,00213
	Intens. média seq. post.	394	369	266	408	306	421	362	649	292	260	509	272	435	395	403	450	457	429	347	466	393	364	8707,60	93,32	0,95	3,58	0,00412
	Intens. máx. seq. post.	1599	1489	694	1280	1055	1819	1611	2302	993	1001	2990	1162	1588	1454	1452	2408	2446	1285	1459	1824	1747	1413	328954,24	573,55	0,72	2,78	0,000683
	Soma máx. seq. post.	21161	33025	6691	23322	8436	30921	19505	36180	7940	9011	29903	14558	17459	20671	15974	28891	36687	20556	10041	14593	50649	21201	132638452,60	11516,88	0,77	2,92	0,0000204
	Soma média seq. post.	3249	4220	1539	3366	1813	3746	3057	5950	1910	1440	5094	2052	3556	3668	2857	3705	4070	3596	3123	3625	3927	2886	1296427,11	1138,51	0,31	2,81	0,000244
	Distância das medidas	-	130,53	3,84	6,70	3,36	7,58	3,53	11,49	4,16	7,57	10,32	7,81	3,94	6,14	3,11	7,40	6,75	5,89	8,12	4,44	13,05	4,28	Desvio apresentado = 46,61				
KELHAY	Vazão média diária	1406	1158	1356	1225	1144	1171	1085	1229	1185	1270	1111	1246	1218	1207	1207	1212	1147	1234	1235	1168	1219	1254	3538,17	59,48	0,18	3,40	0,00484
	Vazão diária máx.	5457	5948	5423	4086	4945	4516	6362	5585	5421	6268	3932	6090	4812	5681	6135	5266	4418	5682	6371	4924	4683	7619	745141,74	863,22	0,48	2,87	0,000393
	Desvio padrão	771	744	837	799	760	736	786	803	795	833	624	798	736	759	799	781	689	770	863	691	725	850	3504,25	59,20	-0,61	2,88	0,00607
	Intens. média seq. post.	272	369	214	262	296	177	264	363	270	313	225	294	240	217	280	298	234	223	372	219	259	316	2543,36	50,44	0,21	2,28	0,00124
	Intens. máx. seq. post.	1130	1489	923	854	959	827	1466	1440	1086	1495	459	1331	953	1155	1233	1039	576	1227	1574	815	1075	2058	138169,04	371,71	0,44	3,01	0,000673
	Soma máx. seq. post.	40734	33025	71556	17664	20553	17362	87943	63376	47763	79437	6757	44194	14291	28664	46872	26281	9241	36797	56416	25276	18271	96733	738512564,1	27175,59	0,59	2,01	0,0000141
	Soma média seq. post.	3731	4220	4734	3097	3324	1429	4718	5693	4610	5038	1476	4129	2048	4045	3751	4466	1707	3687	6425	1965	2571	5639	2241367,62	1497,12	-0,06	1,65	0,000253
	Distância das medidas	-	9,49	15,36	6,30	3,62	8,33	12,84	8,93	3,31	6,87	8,98	2,31	3,36	4,47	5,56	3,83	4,15	8,55	6,25	3,47	7,40	9,12	Desvio apresentado = 0,86				

Tabela 4.10 - Medidas para a avaliação dos modelos segundo um critério multivariado, em São José da Barra (Nível de truncamento: 3000 m³/seg.)

4.4.5 - Critério Multivariado de Avaliação Global

a) O método das distâncias

Na Tabela 4.10 tem-se algumas das medidas retiradas de séries geradas de mesmo comprimento que a série histórica. Sobre essas medidas aplicou-se o conceito de avaliação global descrito anteriormente, que calcula a distância de cada vetor de medidas à origem de um espaço multidimensional.

Como o desempenho do modelo é julgado pela fração das distâncias geradas maiores que a distância histórica e pelo menor desvio em relação à distância histórica, pode-se considerar que o modelo KELMAN é o que melhor se apresenta, o que é comprovado pelo resumo visto na Tabela 4.11.

MODELOS \ MEDIDAS	NUMERO DE MEDIDAS MAIORES QUE d_{hist}	DESVIO EM RELAÇÃO A d_{hist}
Yakowitz	0	2,87
Treiber/Plate	0	25,70
O'Connell/Jones	0	46,61
Kelman	2	0,86

Tabela 4.11 - Resumo para o critério de avaliação global -
método das distâncias, em São José da Barra.

b) O método multinormal

Ainda com a Tabela 4.10, testou-se um critério multinormal para as medidas obtidas sobre as séries geradas de cada modelo, procurando-se achar a probabilidade do modelo representar a série histórica.

Utilizou-se no estudo, a equação (4.10) e as probabilidades que foram calculadas, mostram que embora o conjunto de medidas escolhido provavelmente não tenha distribuição normal, a análise perde muito em significado devido ao reduzido comprimento das séries geradas.

4.4.6 - Cálculo das Médias de Probabilidade e Estudo da Similaridade dos Resultados

Apesar do resultado do critério multinormal, a suposição de normalidade não foi inteiramente abandonada. Assim, foram verificadas para cada medida da Tabela 4.10, isoladamente, as exigências de assimetria nula e coeficiente de kurtosis igual a três, que definem as variáveis aleatórias com distribuição normal.

Os momentos obtidos sobre as medidas das seqüências geradas, revelam que nenhuma medida satisfaz rigorosamente a essas exigências. Todavia, os momentos da Tabela 4.10 mostram que algumas das medidas se aproximam dos valores de assimetria e coeficiente de kurtosis exigidos para a distribuição

ção normal. Dessa forma, não seria exagero considerar-se que es sas medidas têm distribuição normal.

A bateria de testes até aqui aplicados mostrou que as várias avaliações já efetuadas poderiam estar levando a análise a um impasse. Foi portanto necessário estabelecer um método para conseguir-se a desejada classificação.

Tendo em vista o objetivo de classificar os modelos, introduziu-se as Tabelas 4.12, 4.13 e 4.14 e assumiu-se que as medidas de desempenho têm distribuição normal.

Na Tabela 4.12 tem-se a probabilidade de cada modelo dada a observação histórica. Nessa tabela, é portanto, possível determinar qual o modelo que melhor representa cada uma das medidas.

Com essa consideração, postulou-se uma espécie de média das probabilidades, ou seja, a média das probabilidades obtidas pelo modelo para cada uma das medidas.

O modelo KELMAN é o que apresenta o maior valor, vindo a seguir o modelo O'CONNELL/JONES. Mas, a impossibilidade apresentada pelo modelo O'CONNELL/JONES, de reproduzir a vazão média diária, não pode ser desprezada e assim, o modelo TREIBER/PLATE deve ser classificado em segundo lugar.

MODELOS OBSERVA- ÇÕES HISTÓRICAS	ORDENADA DA FUNÇÃO DE DENSIDADE NORMAL NA PARTICULAR OBSERVAÇÃO HISTÓRICA				PROBABILIDADE DE CADA MODELO DADA A OBSERVAÇÃO HISTÓRICA			
	YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN	YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN
Vazão média diária	0,000596	0,00576	0	0,00484	0,06	0,51	0	0,43
Vazão diária máxima	0,0000588	0,0000350	0,000362	0,000393	0,07	0,04	0,43	0,46
Desvio padrão	0,0000707	0,00120	0,00213	0,00607	0,01	0,13	0,22	0,64
Intens. média seq. post.	0,00187	0,00183	0,00412	0,00124	0,21	0,20	0,45	0,14
Intens. máxima seq. post.	0,000280	0,0000510	0,000683	0,000673	0,17	0,03	0,40	0,40
Soma máx. seq. post.	0,00000453	0,0000186	0,0000204	0,0000141	0,09	0,32	0,35	0,24
Soma média seq. post.	0,000137	0,000223	0,000244	0,000253	0,16	0,26	0,28	0,30

|Média das probabilidades|:

[0,11] [0,21] [0,30] [0,37]

Tabela 4.12 - Probabilidade de cada modelo dada a observação histórica e média das probabilidades, em São José da Barra

SÉRIES MEDIDAS	MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA	MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA $\pm 1 \times$ DV. PADRÃO MED. GERADO	NÚMERO DE SEQUÊNCIAS GERADAS COM A MEDIDA DENTRO DO INTERV. CONSIDERADO				MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA $\pm 2 \times$ DV. PADRÃO MÉDIO GERADO	NÚMERO DE SEQUÊNCIAS GERADAS COM A MEDIDA DENTRO DO INTERVALO CONSIDERADO			
			YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN		YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN
Vazão média diárias	1158	1105 1212	1	12	0	9	1052 1264	5	19	0	18
Vazão diária máxima	5940	4877 7019	2	8	11	14	3805 8091	7	20	20	20
Desvio padrão	744	691 796	0	7	9	11	639 849	2	16	17	17
Intens. média seq. post.	369	301 437	5	7	11	5	233 505	13	16	18	16
Intens. máxima seq. post.	1489	1032 1946	6	4	13	11	576 2402	11	15	17	19
Soma máxima seq. post.	33025	11498 54552	4	14	15	12	0 76079	9	20	20	17
Soma média seq. post.	4220	2710 5730	9	9	14	13	1200 7240	14	19	20	20
		Percentual nos intervalos (%)	19,3	43,6	52,1	53,6	PERCENTUAL NOS-INTERVALOS (%)	43,6	89,3	80,0	90,7

Tabela 4.13 - Número de sequências geradas com a medida dentro do intervalo considerado, em São José da Barra.

SÉRIES MEDIDAS	MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA	NÚMERO DE SEQUÊNCIAS GERADAS COM MEDIDAS MENORES QUE A HISTÓRICA			
		YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN
Vazão média diária	1158	1	4	0	4
Vazão diária máxima	5948	1	20	13	13
Desvio padrão	744	0	19	0	5
Intens. média seq. post.	369	2	19	8	19
Intens. máxima seq. post.	1489	2	20	11	17
Soma máxima seq. post.	33025	3	18	17	10
Soma média seq. post.	4220	7	17	19	17

Tabela 4.14 - Número de seqüências geradas com medidas menores que a medida sobre a seqüência histórica, em São José da Barra

As Tabelas 4.13 e 4.14 apenas apresentam a posição das medidas sobre as seqüências geradas em relação às medidas sobre a seqüência histórica. Esses resultados confirmam que os modelos com maior destaque, são os modelos KELMAN e TREIBER/PLATE. Isso pode ser compreendido ao notar-se que os outros dois modelos, YAKOWITZ e O'CONNELL/JONES, tem para algumas das medidas, resultados demasiadamente afastados dos valores medidos sobre a seqüência histórica.

O fato das medidas sobre os modelos KELMAN e TREIBER/PLATE guardarem alguma similaridade com as medidas históricas, foi entendido como fator fundamental para a classificação adotada, ou seja, em primeiro o modelo KELMAN e em segundo o modelo TREIBER/PLATE.

Como essa classificação considerou apenas o desempenho dos modelos sobre uma determinada bacia, questionou-se, se esta se repetiria caso os modelos fossem aplicados a uma outra bacia com diferentes características hidrológicas.

Para tanto, foi escolhida a bacia do Rio Iguaçu definida pelo posto de União da Vitória/PR. Essa bacia tem menor área de drenagem e menor vazão média diária do que a bacia do Rio Grande em São José da Barra/MG e não apresenta sazonalidade no regime de vazões diárias ao longo do ano.

Sobre os 30 anos de vazões diárias do registro medido foram gerados 600 anos de vazões diárias para cada um dos modelos e em seguida aplicadas as avaliações mais expeditas, dentre as já utilizadas.

A Tabela 4.15 mostra os valores dos momentos obtidos sobre os registros diários e pode-se ver que os resultados dos modelos KELMAN e YAKOWITZ se aproximam dos valores históricos, com maior destaque para o modelo KELMAN. O modelo YAKOWITZ repete para essa bacia a característica já manifestada de não gerar vazão menor que a histórica. Os modelos TREIBER/PLATE e O'CONNELL/JONES têm desempenhos inferiores.

A Tabela 4.16 consta dos mesmos momentos, obtidos para as vazões diárias mensais. Novamente, o modelo KELMAN é o que melhor se apresenta em termos de médias, desvios padrões e coeficientes de variação. Os outros modelos têm desempenhos pobres.

A utilização de critérios globais de avaliação vem ratificar o desempenho do modelo KELMAN como sendo o melhor enquanto que os outros modelos apresentam-se em nível inferior.

A Tabela 4.18 obtida pelo método das distâncias e as Tabelas 4.17, 4.19, 4.20 e 4.21 que analisam a similaridade dos resultados do estudo das médias de probabilidades sobre sequências de mesmo comprimento, histórica e geradas, apresentam valores que confirmam essa classificação.

SÉRIES \ ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIAÇÃO	CF. ASSIMETRIA	CF. KURTOSIS	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	412,64	106751,30	326,73	0,79	1,96	7,87	2216	54
Yakowitz	521,67	187806,73	433,37	0,83	2,00	9,15	5114	54
Treiber/Plate	446,25	49342,99	222,13	0,50	1,65	9,21	3331	13
O'Connell/Jones	475,62	68419,89	261,57	0,55	3,42	32,68	5337	128
Kelman	401,55	93655,66	306,03	0,76	1,71	7,13	2478	10

Tabela 4.15 - Momentos sobre as séries de vazões diárias histórica e geradas, em União da Vitória.

OUTUBRO

SÉRIES	ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIACÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZAO MÁXIMA	VAZAO MÍNIMA
Histórica		550,67	170154,55	412,50	0,75	1,15	3,73	2024	54
Yakowitz		584,89	131947,47	363,25	0,62	1,54	6,82	3994	54
Treiber/Plate		441,08	73312,22	270,76	0,61	2,36	13,46	3331	14
O'Connell/Jones		625,17	66417,94	257,72	0,41	2,65	15,92	3559	224
Kelman		498,00	159277,97	399,10	0,80	1,56	5,37	2478	14

NOVEMBRO

SÉRIES	ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIACÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZAO MÁXIMA	VAZAO MÍNIMA
Histórica		420,19	84755,95	291,13	0,69	1,08	3,57	1520	90
Yakowitz		548,50	134432,60	366,65	0,67	0,79	3,35	3127	61
Treiber/Plate		453,20	62625,22	250,25	0,55	1,85	8,94	2419	49
O'Connell/Jones		503,30	44323,11	210,53	0,42	1,89	8,67	2248	193
Kelman		398,95	104060,83	322,58	0,81	1,79	7,41	2451	13

continua...

Tabela 4.16 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em União da Vitória

DEZEMBRO

continuação

SÉRIES \ ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIÂÇÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	321,28	50443,88	224,60	0,70	1,62	6,56	1530	63
Yakowitz	459,34	92341,62	303,88	0,66	0,95	4,52	3089	63
Treiber/Plate	456,28	60673,03	246,32	0,54	1,24	5,34	2098	13
O'Connell/Jones	400,87	30606,63	174,95	0,44	2,16	9,90	1785	149
Kelman	317,69	59366,35	243,65	0,77	1,84	8,37	2045	10

JANEIRO

SÉRIES \ ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIÂÇÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	351,26	105446,17	324,72	0,92	3,62	18,82	2216	56
Yakowitz	453,13	231220,25	480,85	1,06	2,81	12,83	5114	56
Treiber/Plate	442,49	33323,21	182,55	0,41	0,84	4,32	1658	51
O'Connell/Jones	401,79	85309,54	292,08	0,73	6,65	80,66	5337	133
Kelman	330,03	55536,47	235,66	0,71	1,30	5,14	1943	10

continua...

Tabela 4.16 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em União da Vitória

FEVEREIRO

continuação

SÉRIES	ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIÂÇÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica		461,90	119430,41	345,59	0,75	1,54	5,01	1900	87
Yakowitz		516,25	227611,28	477,09	0,92	1,94	8,11	4793	87
Treiber/Plate		493,57	44161,83	210,15	0,43	1,19	5,45	1823	76
O'Connell/Jones		493,36	95773,65	309,47	0,63	3,66	32,91	4841	128
Kelman		475,93	98449,16	313,77	0,66	1,22	5,17	2477	16

MARÇO

SÉRIES	ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIÂÇÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica		470,95	120325,41	346,88	0,74	1,92	7,80	2145	80
Yakowitz		638,83	355744,55	596,44	0,93	1,70	5,91	4950	80
Treiber/Plate		464,58	32701,19	180,83	0,39	0,99	4,57	1550	77
O'Connell/Jones		514,95	80664,78	284,02	0,55	2,29	11,47	3288	144
Kelman		464,78	86462,90	294,05	0,63	1,34	5,51	2211	16

continua...

Tabela 4.16 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em União da Vitória

SÉRIES \ ESTATÍSTICOS	MÉDIA	VARIÂNCIA	D. PADRÃO	CF. VARIÂÇÃO	CF. ASSMT.	CF. KURT	VAZÃO MÁXIMA	VAZÃO MÍNIMA
Histórica	314,04	49138,66	221,67	0,71	1,79	6,10	1292	59
Yakowitz	448,72	108749,47	329,77	0,73	1,17	4,28	3007	59
Treiber/Plate	371,98	29951,61	173,07	0,47	1,30	6,23	1815	29
O'Connell/Jones	389,73	33472,39	182,95	0,47	2,22	11,61	2101	139
Kelman	330,31	56679,23	238,07	0,72	1,76	8,29	2219	14

Tabela 4.16 - Momentos sobre as séries de vazões diárias mensais histórica e geradas, em União da Vitória

MODELOS	MEDIDAS PARA AVALIAÇÃO	MÉDIAS DAS SEQUÊNCIAS HISTÓRICAS	SEQUÊNCIA HISTÓRICA	SEQUÊNCIAS GERADAS - (30 ANOS)																				ESTATÍSTICOS				DISTR. NORMAL UNIVARIADA P(X ≤ x)
				1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	14ª	15ª	16ª	17ª	18ª	19ª	20ª	VARIÂNCIA	DEV. PADRÃO	ASSIMETRIA	KURTOSIS	
YAKOWITZ	Vazão média diária	522	413	524	425	522	500	606	529	433	572	454	541	489	550	586	466	532	592	512	473	544	581	2648,75	51,47	-0,23	2,13	0,000823
	Vazão diária máxima	4078	2216	2958	4128	4708	3058	4590	4786	3323	4535	2781	4123	3276	4720	4362	3467	4062	5114	4372	3594	4793	4222	424051,85	651,19	-0,50	2,22	0,0000103
	Desvio padrão	427	327	371	373	445	365	481	449	343	471	320	462	408	505	460	338	490	474	413	400	491	483	3238,15	56,90	-0,47	1,80	0,00150
	Intens. média seq. post.	276	209	217	312	246	300	305	219	164	310	298	265	232	307	295	325	266	292	241	294	276	349	1875,91	43,31	-0,55	1,12	0,00275
	Intens. máx. seq. post.	1140	708	1019	1009	978	1154	1177	1075	794	1573	1395	942	981	1035	1075	1154	939	1338	1128	1001	1114	1907	60404,59	245,77	1,63	5,58	0,000346
	Soma máx. seq. post.	59472	25879	36574	34364	86600	26627	55074	79067	42849	84119	28307	83189	51646	94163	78321	24415	71589	83337	43976	44160	34212	62859	538267157,20	23200,59	-0,11	1,48	0,00000603
	Soma méd. seq. post.	4115	4336	1694	4294	4658	2809	5074	3639	2003	4269	2701	4748	4765	5328	5816	2643	4190	4857	3460	4636	5293	5379	1358300,22	1105,46	-0,62	2,24	0,000332
	Distâncias das medidas	-	34,16	8,40	8,79	4,18	4,17	8,67	5,19	7,79	5,93	7,86	3,73	7,80	5,87	9,46	7,76	7,81	6,17	5,55	3,45	1,39	12,40	Desvio apresentado = 11,39				
TREIBER/PLATE	Vazão média diária	446	413	452	456	440	442	468	462	459	461	456	431	459	431	464	444	467	420	429	442	424	412	258,73	16,09	-0,33	1,80	0,00303
	Vazão diária máxima	2029	2216	1480	2783	1933	2286	2245	1840	1918	1497	1674	1632	3331	1724	2301	1860	2419	1500	1703	2253	2520	1682	222302,19	471,57	1,04	3,78	0,000782
	Desvio padrão	221	327	200	235	223	231	217	221	236	202	214	210	257	214	247	218	255	204	208	225	217	179	350,79	18,73	0,10	2,91	2,36 x 10 ⁻⁹
	Intens. média seq. post.	146	209	96	210	210	200	238	158	104	91	89	127	221	108	205	106	156	103	125	127	140	104	2370,89	48,69	0,54	1,77	0,00355
	Intens. máxima seq. post.	402	708	196	750	369	487	444	334	376	204	259	253	806	268	491	317	543	206	295	500	560	300	32142,39	179,28	1,12	3,73	0,000519
	Soma máxima seq. post.	9300	25679	1760	23989	3483	10723	12948	5013	6019	2647	3726	2785	31901	4823	16697	4756	13026	1647	7829	11009	15122	5093	59931756,41	7741,56	1,43	4,54	0,00000520
	Soma média seq. post.	2059	4396	715	3961	3515	2576	4808	1689	915	679	793	1081	4465	1300	4387	930	2043	575	1004	1783	2467	1376	190544,49	1381,50	0,80	2,17	0,0000690
	Distâncias das medidas	-	391,57	3,72	11,65	6,65	7,38	12,70	4,59	6,94	6,79	3,00	2,59	13,51	3,61	10,92	2,24	5,58	5,09	2,67	5,20	9,35	8,77	Desvio apresentado = 112,86				
O'CONNELL/JOES	Vazão média diária	476	413	474	476	470	473	482	496	474	474	485	493	482	463	454	481	477	476	469	479	475	469	72,14	8,49	-0,34	4,25	5,19 x 10 ⁻¹⁴
	Vazão diária máxima	3080	2216	2101	2348	2170	4289	2992	5021	2171	1876	3288	3175	3559	2244	3174	2657	5337	2338	2496	3275	4841	2237	1041834,35	1020,70	0,93	2,68	0,000273
	Desvio padrão	260	327	235	260	230	297	257	327	238	234	267	252	256	235	219	270	289	261	238	247	335	246	920,03	30,33	1,12	3,53	0,00115
	Intens. média seq. post.	236	209	163	274	183	288	249	296	186	145	238	229	214	230	242	259	261	207	191	199	427	214	3342,23	57,81	1,60	6,41	0,00619
	Intens. máxima seq. post.	1270	708	553	821	620	2435	997	2917	640	525	1104	1084	1083	756	1341	956	2596	982	1038	1105	3032	813	596719,85	772,47	1,32	3,24	0,000396
	Soma máxima seq. post.	18742	25879	6087	23617	9013	42267	10265	43755	3678	4557	17647	6992	8660	16626	9385	21244	20783	21593	12454	6416	66714	18856	240099508,50	15495,14	1,66	5,34	0,0000232
	Soma média seq. post.	1935	4396	909	2095	1399	2857	1059	3296	919	900	1707	1333	1508	1573	1129	2170	2425	2041	1494	1270	6171	1645	1326284,70	1151,64	2,45	9,39	0,0000353
	Distâncias das medidas	-	2256,73	2,25	5,89	5,28	10,73	4,37	13,61	5,46	3,60	5,10	4,05	7,57	3,10	13,21	4,77	14,65	3,89	4,01	2,72	16,35	2,39	Desvio apresentado = 517,16				
KELMAN	Vazão média diária	402	413	430	414	397	430	378	354	352	449	412	408	351	380	412	415	419	413	428	406	414	369	757,35	27,52	-0,60	2,34	0,0134
	Vazão diária máxima	2112	2216	2281	2205	2086	2451	1550	1939	2017	2337	1909	1996	1903	1856	2031	2196	2478	2005	2260	2371	2181	2131	48021,93	219,14	-0,43	3,21	0,00163
	Desvio padrão	303	327	336	324	275	329	252	271	295	346	302	293	262	258	319	306	350	304	333	313	321	281	830,65	28,82	-0,16	1,54	0,00979
	Intens. média seq. post.	163	209	176	180	127	192	91	143	149	193	126	128	119	175	139	167	258	134	195	160	212	200	1435,41	37,87	0,42	3,11	0,00504
	Intens. máxima seq. post.	513	708	739	503	437	620	206	501	408	558	358	417	388	429	598	634	649	519	585	550	561	513	14141,03	118,92	-0,55	3,32	0,000875
	Soma máxima seq. post.	21874	25879	36974	27021	14863	35334	3114	8171	17541	22680	13291	19082	14002	7297	14539	22196	40267	16607	33952	33073	37573	19494	116877122,90	10810,98	0,14	1,89	0,0000345
	Soma média seq. post.	3425	4396	4482	3554	1944	4816	713	2183	2641	4130	2939	2726	2202	2134	2033	3158	7829	2149	5867	4643	4818	3481	2572232,14	1603,82	0,90	3,75	0,000207
	Distâncias das medidas	-	7,17	8,76	2,77	5,93	4,73	8,20	7,39	11,40	10,18	5,71	2,27	5,42	9,44	7,13	3,35	10,80	2,06	5,09	6,53	9,84	5,40	Desvio apresentado = 0,19				

Tabela 4.17 - Medidas para a avaliação dos modelos segundo um critério multivariado, em União da

Vitória (Nível de truncamento: 1100 m³/seg.)

MODELOS	MEDIDAS MAIORES QUE d_{hist}	DESVIO EM RELAÇÃO A d_{hist}
Yakowitz	0	11,39
Treiber/Plate	0	112,86
O'Connell/Jones	0	517,16
Kelman	8	0,19

Tabela 4.18 - Resumo para o critério de avaliação global -
método das distâncias, em União da Vitória

OBSER- VACOES HIS- TORICAS	MODELOS	ORDENADA DA FUNÇÃO DE DENSIDADE NORMAL NA PARTICULAR OBSERVAÇÃO HISTÓRICA				PROBABILIDADE DE CADA MODELO DADA A OBSERVAÇÃO HISTÓRICA			
		YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN	YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN
vazão média diá- ria		0,000823	0,00303	0	0,0134	0,05	0,18	0	0,78
Vazão diária má- xima		0,0000103	0,000782	0,000273	0,00163	0,004	0,29	0,10	0,60
Desvio padrão		0,00150	0	0,00115	0,00979	0,12	0	0,09	0,79
Intens. média seq. Post.		0,00278	0,00355	0,00619	0,00504	0,16	0,20	0,35	0,29
Intens. máxima seq. post.		0,000346	0,000519	0,000396	0,000875	0,16	0,24	0,19	0,41
Soma máxima seq. post.		0,00000603	0,00000520	0,0000232	0,0000345	0,09	0,08	0,34	0,50
Soma média seq. post.		0,000332	0,0000690	0,0000353	0,000207	0,52	0,11	0,05	0,32

|Média das probabilidades|:

[0,16]

[0,16]

[0,16]

[0,53]

Tabela 4.19 - Probabilidade de cada modelo dada a observação histórica e média das probabilidades, em União da Vitória

SÉRIES MEDIDAS	MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA	MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA $\pm 1 \times$ DV. PADRÃO MÉDIO GERADO	NÚMERO DE SEQUÊNCIAS GERADAS COM A MEDIDA DENTRO DO INTERVALO CONSIDERADO				MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA $\pm 2 \times$ DV. PADRÃO MÉDIO GERADO	NÚMERO DE SEQUÊNCIAS GERADAS COM A MEDIDA DENTRO DO INTERVALO CONSIDERADO			
			YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN		YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN
Vazão média diária	413	387 439	2	6	0	13	361 465	3	18	2	17
Vazão diária máxima	2216	1625 2807	1	16	10	19	1035 3397	4	20	15	20
Desvio padrão	327	293 361	4	0	3	14	260 394	6	0	8	18
Intens.média seq.post.	209	162 256	6	6	14	9	115 303	14	12	19	19
Intens.máxima seq.post.	708	379 1037	9	8	10	18	50 1366	17	20	16	20
Soma máxima seq.post.	25879	11567 40191	5	6	8	16	0 54503	9	20	19	20
Soma média seq.post.	4396	3070 5722	14	5	2	8	1745 7047	19	8	8	18
		PERCENTUAL NOS INTERVALOS (%)	29,3	33,6	32,6	69,3	Percentual nos intervalos (%)	51,4	70,0	62,1	94,3

Tabela 4.20 - Número de sequências geradas com a medida dentro do intervalo considerado, em União da Vitória.

SÉRIES MEDIDAS	MEDIDAS DA SEQUÊNCIA HISTÓRICA	NÚMERO DE SEQUÊNCIA GERADAS COM MEDIDAS MENORES QUE A HISTÓRICA			
		YAKOWITZ	TREIBER/ PLATE	O'CONNELL/ JONES	KELMAN
Vazão média diária	413	0	1	0	12
Vazão diária máxima	2216	0	12	4	14
Desvio padrão	327	1	20	18	15
Intens. média seq. post.	209	1	16	7	18
Intens. máxima seq. post.	708	0	18	4	19
Soma máxima seq. post.	25879	1	19	17	13
Soma média seq. post.	4396	10	18	20	12

Tabela 4.21 - Número de seqüências geradas com medidas menores que a medida sobre a seqüência histórica, em União da Vitória.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Dos resultados obtidos com os testes que foram aplicados, pode-se concluir que não há realmente um teste de hipótese global e amplamente reconhecido, que seja capaz de decidir, se duas séries temporais pertencem a uma mesma realização estocástica.

Sendo assim, deve-se sempre procurar classificar o desempenho de modelos de geração de vazões, considerando todas as informações estatísticas e hidrológicas disponíveis, bem como a experiência e intuição do engenheiro no trato com tais séries.

Um aspecto fundamental para essa classificação é a destinação que se pretende dar à série gerada, pois tal conhecimento resulta em um enfoque mais objetivo nas comparações visuais e na escolha dos testes necessários.

A discussão dos resultados obtidos para os modelos estocásticos em estudo mostrou que nenhum dos modelos atingiu um desempenho que se possa considerar ideal. Mas por outro lado, foi capaz de dizer que os modelos YAKOWITZ, TREIBER/PLATE e O'CONNELL/JONES não são de todo confiáveis, pois apresentaram realizações obviamente incorretas na reprodução de alguns valores históricos, para os casos estudados.

Esta constatação pode ter origem no fato de que estes três modelos sofreram adaptações e foram programados por este autor. Está claro que o trabalho foi orientado no sentido de aperfeiçoar o máximo possível as concepções originalmente propostas. Entretanto, pode-se argumentar que um modelo manipulado pelo seu próprio criador, como foi o caso do modelo KELMAN, tem maiores chances de produzir um bom resultado do que quando modificado e codificado por outrem. Uma maneira de considerar este fato seria alterar a hipótese de que todos os modelos são "a priori" igualmente prováveis. Ou seja, a "vantagem" inicial do modelo KELMAN poderia ser compensada por um menor peso que "a priori" lhe seria atribuído. Esta avaliação não foi, entretanto, realizada no contexto do presente estudo.

Talvez a utilização de uma distribuição que não a exponencial para os valores extremos de cada conjunto, no modelo YAKOWITZ e uma outra função-peso, para os resíduos no modelo O'CONNELL/JONES, pudesse melhorar significativamente o desempenho desses modelos.

Já o modelo TREIBER/PLATE que apresentou um desempenho bem inferior para o rio Iguaçu em relação ao rio Grande, parece ser afetado pelas características físicas das bacias, adaptando-se melhor a umas do que a outras.

Todavia, essas classificações e comportamentos obtidos não podem ser tidos como definitivos, porque para tanto, seria necessário que os modelos fossem testados para um grande

número de bacias e não apenas duas, como foi feito.

Porém, mais do que a classificação propriamente dita, o que esse trabalho procurou, foi estruturar uma metodologia de avaliação, que possa ser adotada quando for preciso escolher-se um modelo de geração de séries de vazões diárias.

BIBLIOGRAFIA

1. ABRAMÓWITZ, M. e STEGUN. I. A. - Handbook of Mathematical Functions. Dover Publications Inc., New York, 1970.
2. BAKHVALOV, N. S. - Numerical Methods. Mir Publishers, Moscow, 1977.
3. BEARD, L. R. - Simulation of Daily Streamflow. Hydrology Engineering Center, Technical paper nº 6, U. S. Army, 1968.
4. BENJAMIN, J. R. e CORNELL, C. A. - Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers. McGraw-Hill, 1970.
5. BOX, G. E. P. e JENKINS, G. M. - Time Series Analysis - Forecasting and Control. Holden-Day, 1970.
6. CHOW, V. T. - Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill , 1964.
7. CLARKE, R. T. - Mathematical Models in Hydrology. Food and Agriculture Organization (FAO) of the United Nations, Drainage Paper nº 19, 1973.
8. CONTE, S. D. - Elementos de Análise Numérica. Ed. Globo, Porto Alegre, 1971.

9. DNAEE (Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica)-
Inventário das estações fluviométricas, 1979.
10. DOOGE, J. C. I. - The Hydrologic System as a Closed System. Lecture, International Hydrology Symposium, 1967.
11. DOOGE, J. C. I. - Linear Theory of Hydrologic Systems. Agricultural Research Service, USA. Technical Bulletin nº 1468.
12. FIERING, M. B. - Multivariate Technique for Synthetic Hydrology. Journal of the Hydraulic Division - ASCE, Vol. 89, nº HY5, Proc. Paper 4027, 1964.
13. FIERING, M. B. e JACKSON, B. B. - Synthetic Streamflows. American Geophysical Union, Water Resources Monograph, nº 1, 1971.
14. GABRIEL, K. R. e NEUNANN, J. - A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrence at Tel Aviv. Quartely Journal. Royal Meteorological Society, nº 88, 1962.
15. GREEN, N. M. D. - A Synthetic Model for Daily Streamflow. Journal of Hydrology - 20, 1973.
16. GUMBEL, E. J. - Statistics of extremes. Columbia University Press, 1958.

17. HARTIGAN, J. A. - Clustering Algorithms. Wiley, New York, 1975.
18. KELMAN, J. - Stochastic Modeling of Intermittent Daily Hydrologic Series. Hydrology paper nº 89, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1977.
19. KELMAN, J. e PEREIRA, M. V. F. - Critérios de Avaliação para Modelos de Séries Hidrológicas. IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 1977.
20. KELMAN, J., DAMAZIO, J., PEREIRA, M. V. F. e COSTA, J. P. Operação de um Reservatório para Controle de Cheias. Revista de Hidrologia e Recursos Hídricos, Vol. 2, nº 2, 1980.
21. KREIDER, L. D., KULLER, R. G. e OSTBERG, D. R. - Equações Diferenciais. Ed. Edgard Blücher Ltda., 1972.
22. MACHADO, D. - Modelos Estocásticos para Análise e Simulação de seqüências hidrológicas. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1970.
23. MATALAS, N. C. - Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology. Water Resources Research, Vol. 3, nº 4, 1967.
24. MEYER, P. L. - Probabilidade. Aplicações à Estatística. Ao Livro Técnico S.A., 1974.

25. MOOD, A. M., GRAYBILL, F. A. e BOES, D. C. - Introduction to the Theory of Statistic. McGraw-Hill, 1974.
26. O'CONNELL, P. E. - Stochastic Simulation in Reservoir Operation. NATO Advance Study Institute on Systems Analysis and Reservoirs Managements, 1979.
27. O'CONNELL, P. E. e JONES, D. A. - Some Experience With the Development of Models for the Stochastic Simulation of Daily Flows. Risk and Reliability Symposium, Waterloo, Canada, 1978.
28. PACITTI, T. - Fortran Monitor, Vols. I e II, Ao Livro Técnico S. A., Rio de Janeiro, 1968.
29. QUIMPO, R. G. - Stochastic Model of Daily River Flow Sequences, Hydrology Papers, nº 18, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1967.
30. SALES, P. R. H. - Um Modelo Determinístico-Estocástico para Previsão de Séries Hidrológicas Temporais. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1977.
31. THOMAS, H. A. e FIERING, M. B. - Mathematical Synthesis of Streamflow for the Analysis of River Basins by Simulation. Design of Water Resources Systems, Chapter 12. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1962.

32. TREIBER, B. e PLATE, E. J. - A Stochastic Model for the Simulation of Daily Flows. Symposium and Workshop on the Application of Mathematical Models in Hydrology and Water Resources Systems, 1975. Bratislava, Czechoslovakia.
33. WEISS, G. - Shot Noise Models for the Generation of Synthetic Streamflow Data. Water Resources Research, Vol. 13, n° 1, 1977.
34. WILSON, G. - Factorization of the Covariance Generating Function of a Pure Moving Average Process. SIAM, Journal of Numerical Analysis, Vol. 6, n° 1, 1969.
35. YAKOWITZ, S. J. - A Nonparametric Markov Model for Daily River Flow. Water Resources Research, Vol. 15, n° 5, 1979.
36. YEVJEVICH, V. - Probability and Statistic in Hydrology. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, 1972.
37. YEVJEVICH, V. - Stochastic Process in Hydrology. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, 1972.
38. YEVJEVICH, V. - Structural Analysis of Hydrology Time Series. Hydrology papers n° 56, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1972.

39. YEVJEVICH, V. - Determinism and Stochasticity in Hydrology. Journal of Hydrology 22, 1974.